

PHƯƠNG PHÁP TÍNH CƯỜNG ĐỘ MƯA BẰNG SỬ DỤNG KẾT HỢP RAĐA TẦN SỐ RẤT CAO (VHF) VÀ ĐẶC BIỆT CAO (UHF)

ThS. Phạm Thị Thanh Ngà
Trung tâm quốc gia dự báo KTTV

Khả năng tính được cường độ mưa trực tiếp từ hàm phân bố hạt bằng cách sử dụng kết hợp rađa UHF và VHF là phương pháp mới được phát triển trong những năm gần đây. Hàm phân bố hạt được phân tích như một đại lượng đặc trưng cho kết quả của các quá trình vật lý mây và dựa trên đó để xác định cường độ mưa. Cơ sở lý thuyết để tính toán được giới thiệu cùng với một kết quả thử nghiệm đã được nghiên cứu tại Australia. Sự so sánh với phương pháp sử dụng rađa thời tiết thông thường cũng đồng thời được phân tích trong cơ sở lý thuyết đó.

1. Mở đầu

Tính toán cường độ mưa và tổng lượng mưa là một trong những ứng dụng quan trọng của rađa thời tiết. Việc áp dụng rađa để tính toán lượng mưa là cần thiết vì nó có thể cung cấp thông tin liên tục trên một vùng rộng lớn. Năng lượng nhận được ở rađa phụ thuộc vào độ phản hồi vô tuyến (Z). Độ phản hồi, thực chất lại phụ thuộc vào số lượng và kích cỡ của các hạt gây mưa tồn tại trong thể tích được lấy mẫu của rađa. Cường độ mưa (R) cũng phụ thuộc vào số lượng và kích cỡ hạt, cũng như tốc độ rơi của hạt. Như vậy, cường độ mưa có thể tính được dựa trên mối tương quan giữa độ phản hồi vô tuyến của rađa và cường độ mưa $Z-R$. Đã có rất nhiều nghiên cứu đưa ra những tương quan khác nhau cho từng phân loại mưa, vùng, và thời gian trong năm [1]. Tuy nhiên, những kết quả có được nhiều khi rất khác biệt với số liệu thực đo tại trạm đo mưa. Và việc áp dụng những công thức $Z-R$ này cần phải dựa trên so sánh thực nghiệm giữa kết quả tính toán và số liệu thực đo.

Việc sử dụng rađa Doppler với các tần số VHF (very high frequency) và UHF (Ultra high frequency) để nghiên cứu về mây và giáng thủy mới được phát triển trên thế giới từ những năm 1990. Khác với những rađa thời tiết thông thường hoạt động trong khoảng tần số của sóng radio, rađa VHF và UHF không chỉ nhạy cảm đối với các hạt trong mây hoặc mưa (meteor) mà còn nhạy cảm đối với các phân tử khí, nhờ vậy chúng có thể phát hiện được cả hai đối tượng cùng một lúc. Trên cơ sở đó, tốc độ rơi của các hạt mưa có thể được tính toán một cách chính xác hơn khi được tách biệt với tốc độ chuyển động thẳng đứng của khí quyển. Các rađa Doppler với ăng-ten thẳng đứng có thể cung cấp phổ năng lượng phụ thuộc vào vận tốc Doppler của hạt rơi. Nếu biết được mối tương quan giữa đường kính của hạt và vận tốc rơi tương ứng, có thể suy ra hàm phân bố hạt và xác định được cường độ mưa.

Radar VHF vận hành ở tần số khoảng 50 MHz luôn nhạy cảm đối với phát xạ Bragg do rơi khí quyển, đồng thời cũng quan sát được những phát xạ Rayleigh từ những hạt mưa có đường kính lớn hơn 1 mm [7]. Trong khi đó, radar UHF vận hành ở tần số khoảng 920 MHz dễ phát hiện được phát xạ Rayleigh từ những hạt mưa hơn. Các nghiên cứu bằng những radar UHF này chỉ ra rằng những phản hồi giáng thủy sẽ che lấp phản hồi khí quyển rơi trong những điều kiện mưa vừa và mưa lớn [3]. Do vậy, bằng cách sử dụng kết hợp cả radar VHF và UHF việc tính toán các thông số của hàm

phân bố hạt, lượng nước tiềm ẩn trong mây, hay cường độ mưa rơi có thể được thực hiện trong các điều kiện khí tượng rộng hơn.

2. Hàm phân bố hạt

Hàm phân bố hạt (DSD) là một thông số quan trọng đặc trưng cho một đám mây hay giáng thủy. Hàm phân bố hạt biểu diễn số lượng hạt trên một khoảng đơn vị kích cỡ của hạt trong một đơn vị thể tích, và là kết quả của tất cả các quá trình vi vật lý xảy ra trong mây, như ngưng kết, quá trình liên kết hay phá vỡ. Do vậy, để nghiên cứu được những quá trình này (sự hình thành và phát triển của mây gây mưa) và tính được các tham số tích phân của mưa, như hơi nước tiềm ẩn hay cường độ mưa, trước nhất là phải tìm được dạng và các thông số của hàm phân bố hạt.

Hàm phân bố hạt đầu tiên được biểu diễn dưới dạng hàm mũ bởi [6] như sau:

$$N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D) \quad (2.1)$$

Trong đó $N(D)$ là mật độ hạt trong khoảng đường kính từ D đến $D+dD$, N_0 là mật độ ban đầu, Λ là độ dốc của đường phân bố. Qua nghiên cứu tác giả [6] đã tìm ra giá trị của các tham số của hàm bằng thực nghiệm đo đạc tại mặt đất cho dạng mưa ổn định như sau:

$$N_0 = 8 \times 10^3 \text{ mm}^{-3}$$

$$\Lambda = 4,1 \times R^{-0.21} \text{ mm}^{-1} \quad (2.2)$$

Với R là cường độ mưa ($\text{mm}^{-1}\text{hr}^{-1}$). Như vậy, chỉ có giá trị độ dốc của hàm phân bố phụ thuộc vào cường độ mưa.

Một dạng khác của hàm phân bố hạt được đưa ra là hàm Gam-ma [9] có dạng:

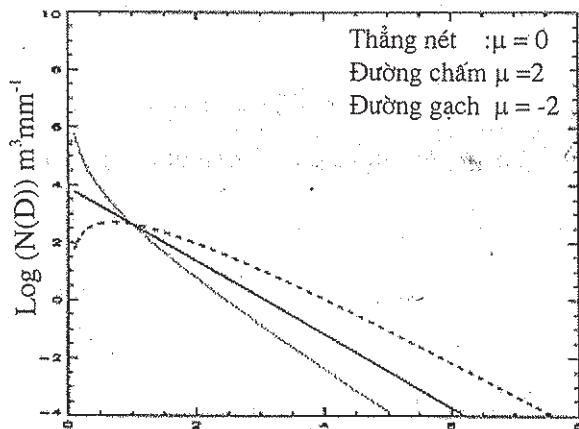
$$N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\gamma D) \quad (2.3)$$

Trong đó N_0 có đơn vị $\text{mm}^{1-\mu}$, γ là độ dốc và μ là tham số xác định hình dạng của hàm, có thể dương hoặc âm.

Hàm Gam-ma này cho phép biểu diễn nhiều dạng của hàm phân bố hơn so với hàm mũ. Như trong hình 2.1, với giá trị μ dương, đường phân bố cong xuống dưới, trong trường hợp này số lượng các hạt có kích thước lớn sẽ nhiều hơn số lượng các hạt có kích thước nhỏ so với cùng một hàm mũ tương ứng. Đối với giá trị μ âm, đường phân bố Gam-ma cong lên, như vậy sẽ có rất nhiều các hạt trong khoảng kích thước nhỏ khi so sánh với hàm mũ tương ứng.

Trên thực tế, hàm phân bố hạt luôn biến đổi phụ thuộc vào các quá trình vật lý vượt trội xảy ra trong sự phát triển của mây. Việc phát minh ra các radar Doppler đã mở ra hướng nghiên cứu sự biến thiên của DSD một cách liên tục trong toàn bộ quá trình phát triển của mây và mưa, thông qua đó liên hệ với các quá trình vật lý của mây. Ví

dụ, khi so sánh các hàm phân bố hạt của các hệ thống mưa đối lưu và mưa ổn định, Tokay và các cộng sự [8] đã chỉ ra sự tương quan thống nhất giữa đặc tính của hàm phân bố hạt với các tham số tích phân như trữ lượng hơi nước (LWC) và đường kính đặc trưng trung bình (D_0), tức là đường kính mà chia số hạt thành hai phần có trữ lượng hơi nước bằng nhau. LWC trong các mây đối lưu sâu lớn hơn, trong khi đó D_0 lại lớn hơn trong các mây ổn định. Như vậy, trong các mây ổn định sẽ có nhiều các hạt có đường kính lớn, khi đó độ dốc của đường phân bố sẽ nhỏ hơn. Điều này là phù hợp với bản chất vật lý của mây, đối với các quá trình mây “ấm”, sự ngưng kết và liên kết trong mây làm tăng các hạt, đồng thời tạo nên các hạt nước lớn trong các mây đối lưu bên dưới mực đóng lạnh (0°C), trong khi đó các quá trình phá vỡ sẽ ngăn chặn sự lớn thêm của hạt, tạo nên nhiều các hạt nhỏ. Kết quả là hàm phân bố sẽ có các giá trị N_0 và Λ lớn hơn. Mặt khác, giáng thủy từ các mây ổn định được phát triển chủ yếu bởi các quá trình “đá tinh thể” như thăng hoa và khối tập hợp, như vậy sẽ có ít các hạt có kích cỡ nhỏ, nhưng nhiều các hạt có kích cỡ lớn hơn, dẫn đến các tham số N_0 và Λ của hàm phân bố đều giảm.



Đường kính của hạt (mm)

Hình 2.1 Hàm phân bố hạt Gam-ma trong hệ tọa độ logarit với các giá trị khác nhau của tham số μ

Nói tóm lại, hàm phân bố hạt luôn biến đổi trong các quá trình phát triển của mây nói chung và mây giáng thủy, đặc biệt sự biến đổi là rất lớn giữa hai hiện tượng mưa đối lưu và mưa ổn định do sự phát triển của hạt là kết quả của các quá trình vật lý khác nhau. Việc xác định được hàm phân bố này đem lại khả năng nghiên cứu vật lý của mây, đồng thời cũng tính toán được cường độ mưa. Tuy nhiên, cần phải hiểu rằng không có một dạng duy nhất hàm phân bố hạt, các hàm được đưa ra chỉ là tương đối và vẫn đang được tiếp tục nghiên cứu trên thế giới. Phản tiếp theo sẽ trình bày phương pháp sử dụng kết hợp radar Doppler UHF và VHF để tìm ra các tham số của hàm phân bố hạt, và gián tiếp tính toán cường độ mưa.

3. Phương pháp tính toán

Khi sử dụng kết hợp hai loại radar UHF và VHF có ăng-ten thẳng đứng, các thông tin về khí quyển bao gồm vận tốc chuyển động thẳng đứng và mức độ chuyển động rối, phát hiện được bởi radar VHF được dùng để tách phản hồi của giáng thủy từ phổ tổng hợp đo được bởi radar UHF. Theo Fu-kao [5], phổ tổng hợp đo được khi có giáng thủy có thể được biểu diễn như sau:

$$h(w) = [g(w - \bar{w}) + g(w) * s(w - \bar{w})] + n \quad (3.1)$$

Trong đó w là vận tốc rơi của hạt mưa, \bar{w} là vận tốc chuyển động thẳng đứng của không khí, $g(w)$ là phản hồi của khí quyển, $s(w)$ là phản hồi của riêng giáng thủy, dấu $*$ biểu diễn sự tương tác của phản hồi khí quyển và phản hồi của giáng thủy (không phải là dấu nhân), n là đại lượng đặc trưng cho nhiễu.

Sự tương tác giữa hai phản hồi ở đây dẫn đến phản hồi giáng thủy bị dịch đi trong phổ thu được do chuyển động thẳng đứng của không khí và độ rộng của phổ bị thay đổi do chuyển động rối trong môi trường.

Trên các phổ thu được bằng radar UHF, các phản hồi giáng thủy thường bao trùm toàn bộ phản hồi khí quyển trong các trường hợp mưa vừa đến mưa to. Khi đó nếu chỉ dùng một radar UHF sẽ không tách riêng được phản hồi giáng thủy, dẫn đến việc xác định hàm phân bố hạt từ phổ năng lượng sẽ không chính xác bởi không tính đến yếu tố tương tác với môi trường. Do vậy, việc sử dụng kết hợp radar UHF và VHF ở đây giúp cho hàm phân bố hạt và cường độ mưa được tính toán chính xác trong mọi điều kiện.

Thông thường, phản hồi của khí quyển được biểu diễn dưới dạng hàm Gauss:

$$g(w) = A_0 \exp\left(-\frac{w^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.2)$$

Trong đó A_0 và σ là biên độ và độ rộng của phổ. Các tham số này được tìm ra bằng phương pháp thích ứng hàm Gauss với phổ khí quyển quan sát $g(w)$ được trên radar VHF.

Phổ của riêng giáng thủy $s(w)$ được tính ra theo phương trình (3.1) bằng phương pháp tách riêng phổ khí quyển, sau khi xác định được A_0 và σ từ phổ tổng hợp trên radar UHF.

Nếu như biết mối tương quan giữa kích cỡ hạt và vận tốc rơi của hạt, hàm phân bố hạt được tính từ phổ giáng thủy đã tách được $s(w)$ theo phương trình sau [2]:

$$s(w) = \frac{1}{Z} N(D) D^6 \frac{dD}{dw} \quad (3.3)$$

Trong đó $N(D)$ là hàm phân bố hạt, Z là độ phản hồi, và thành phần cuối cùng là sự phụ thuộc của kích cỡ hạt đối với vận tốc rơi. Độ phản hồi Z đối với các phát xạ Rayleigh tỷ lệ thuận với mũ sáu của kích cỡ hạt [2]:

$$Z = \int N(D) D^6 dD \quad (3.4)$$

Vận tốc rơi của hạt tương quan với kích cỡ đã được tìm ra thông qua phương trình thực nghiệm [4]:

$$w = -[9.65 - 10.3 \exp(-0.6D)] \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-0.4} \quad (3.5)$$

Trong đó ρ và ρ_0 là mật độ không khí tương ứng tại độ cao tính toán và tại bề mặt biển.

Cuối cùng, cường độ mưa hoặc trữ lượng hơi nước có thể tính được từ hàm phân bố hạt $N(D)$ thông qua các tích phân:

$$R = \frac{\pi}{6} \int N(D) D^3 w(D) dD \quad (3.6)$$

$$LWC = \frac{\pi \rho_w}{6} \int N(D) D^3 dD \quad (3.7)$$

Với $w(D)$ là vận tốc rơi của hạt, ρ_w là mật độ hơi nước, D_{max} đường kính lớn nhất hạt có thể đạt được.

Như vậy, về mặt lý thuyết có thể dễ dàng tính được cường độ mưa cũng như trữ lượng hơi nước từ các phương trình (3.6) và (3.7) sau khi đã tìm được hàm phân bố hạt từ các phô mà rada VHF và UHF thu được như đã trình bày ở trên. Tuy nhiên, trên thực tế cũng có nhiều khó khăn trong thuật toán liên quan tới kỹ thuật xử lý tín hiệu bằng phương pháp biến đổi Phu-rê nhanh (FFT). Trong khuôn khổ bài báo này sẽ không trình bày chi tiết các thuật toán, mà chỉ đưa ra kết quả tính toán ở phần tiếp theo đã được áp dụng với hai rada UHF và VHF đồng thời quan trắc tại Trung tâm khí tượng Darwin, Australia.

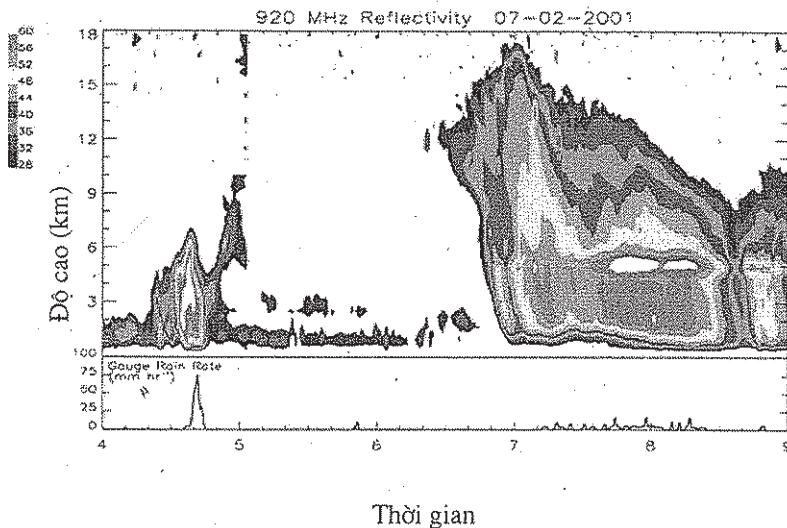
4. Kết quả tính toán

Một ví dụ cụ thể được đưa ra để minh họa cho kết quả tính toán khi sử dụng kết hợp hai rada UHF và VHF với ăng-ten thẳng đứng để nghiên cứu một hệ thống mưa tại Darwin, Australia vào ngày 7 tháng II năm 2001.

Cả hai rada UHF và VHF đồng thời quan trắc ở phương thẳng đứng liên tục 2 phút một lần trong khoảng thời gian xảy ra mưa từ 04h00 đến 09h00, với số liệu thu được từ khoảng 1,5 km đến 20 km cách nhau 100 m. Như vậy, việc tính toán có thể được thực hiện theo bước thời gian 2 phút, tại các độ cao khác nhau. Tuy nhiên, khi

phân tích ảnh thu được của độ phản hồi radar UHF theo phương thẳng đứng và theo thời gian (hình 4.1), để tránh các ảnh hưởng của băng và các tinh thể băng từ mực 0°C (khoảng 4km) gây nên các giá trị rất lớn của độ phản hồi Z, các tính toán chỉ thực hiện dưới 4km.

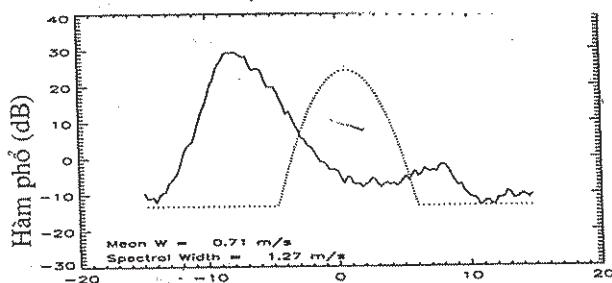
Phản hồi vô tuyến từ ra đa 920 MHz



Thời gian

Hình 4.1 Ảnh phản hồi của radar UHF theo phương thẳng đứng và thời gian quan trắc

Hình 4.2 đưa ra một ví dụ của phổ phản hồi trên radar UHF với ăng-ten thẳng đứng tại một thời điểm và ở độ cao khoảng 1,67 km (đường liền nét). Đường chấm trong hình là phổ phản hồi của khí quyển được tạo lại từ các thông số vận tốc chuyển động thẳng đứng (\bar{w}) và độ rộng của phổ σ theo hàm Gauss (3.2). Rõ ràng là phổ phản hồi tổng hợp của radar UHF không thể cho thấy rõ được phản hồi của khí quyển, do vậy, nếu không có các thông tin từ radar VHF sẽ rất khó khăn trong việc khôi phục riêng được phản hồi giáng thủy, kéo theo các sai số khi xác định hàm phân bố hạt và cường độ mưa.



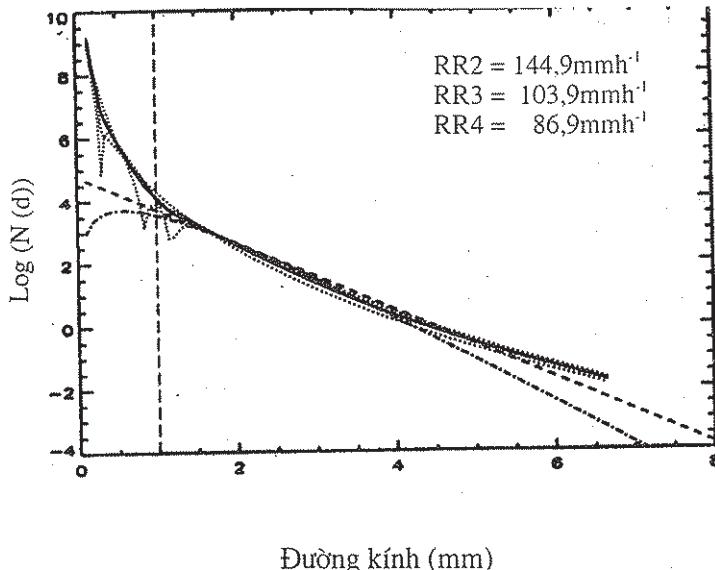
Tốc độ

Hình 4.2 Phổ tổng hợp phản hồi của radar UHF và phổ khí quyển từ radar VHF

Với mỗi phổ giáng thủy sau khi được tách ra theo phương pháp trình bày ở phần 3, hàm phân bố hạt tìm ra được biểu diễn trên hình 4.3. Đường liền nét hiển thị hàm

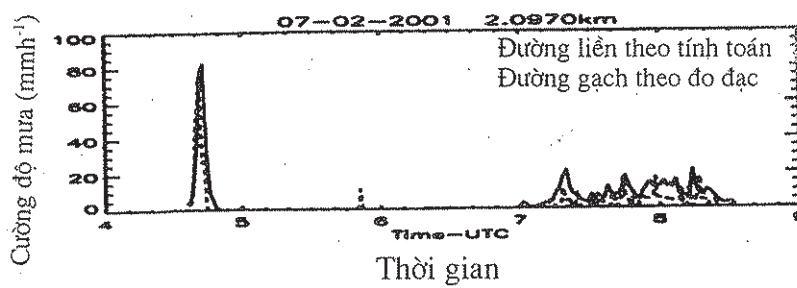
phân bố hạt tính trực tiếp từ phổi của riêng giáng thủy (hàm phân bố thực), đường nét đứt, đường nét chấm và gạch là các hàm phân bố mũ và phân bố Gam-ma sau khi được tham số hóa khi thích ứng với hàm phân bố tìm được. Các giá trị RR_2 , RR_3 , RR_4 là cường độ mưa được tính từ các hàm phân bố tương ứng: hàm phân bố thực, hàm mũ, và hàm Gam-ma.

Nhìn chung, hàm phân bố thực rất thống nhất với các hàm mũ và hàm Gam-ma trong khoảng đường kính của hạt 1mm-5mm, ở phía ngoài khoảng trên thì có sự khác biệt. Rõ ràng là radar không thể quan trắc được các hạt nhỏ hơn một giới hạn nào đó gọi là đường kính tối hạn D_m , do chuyển động rơi của các hạt nhỏ này nhỏ hơn cả sự biến đổi của chuyển động không khí và sự phát xạ từ các hạt rất nhỏ chỉ làm tăng thêm cường độ của thành phần rơi khí quyển trong phổi thu được [5]. Do đó, RR_2 ở đây được tính chỉ với các hạt có đường kính $D > D_m$.



Hình 4.3 Hàm phân bố hạt tính được từ phổi trên hình 4.2
và các hàm mũ, hàm Gam-ma tham số hóa

Nhận thấy cường độ mưa tính từ hàm phân bố thực (RR_2) lớn hơn cường độ mưa tính từ các hàm mũ hay hàm Gam-ma (RR_3 và RR_4), nó chỉ ra khả năng có sai số trong thuật toán thích ứng để tìm các tham số. Các nghiên cứu tiếp theo sẽ đi sâu để giải quyết vấn đề này. Về tổng thể, hàm phân bố tìm được có thể đem so sánh với các hàm cơ bản đã biết và sử dụng để tính cường độ mưa.



Hình 4.4 So sánh cường độ mưa tính được và giá trị thực đo tại mặt đất

Để đánh giá phương pháp này, cường độ mưa là kết quả cuối cùng được đem so sánh với số liệu thực tế đo được tại mặt đất bằng máy đo mưa. Hình 4.4 hiển thị sự so sánh giữa cường độ mưa bằng tính toán (đường liền) và cường độ mưa thực tế (đường chấm) cho quan trắc của ngày 07-II-2001 trên. Kết quả cho thấy, các giá trị tính được và giá trị thực tế là trùng hợp trong cả hai giai đoạn xảy ra mưa khoảng trước 5h00 và từ 7h00-8h30, tương ứng với các phản hồi trên ảnh phản hồi (hình 4.1) với giai đoạn đầu khi cường độ mưa rất lớn (đạt đến 80 mm hr^{-1}) liên quan đến mây đối lưu, trong giai đoạn mưa tiếp theo tính chất của mưa là ổn định với cường độ mưa trung bình ($\text{dưới } 20 \text{ mm hr}^{-1}$). Như đã phân tích ở phần 2, hàm phân bố hạt là đặc biệt khác nhau trong các dạng mây mưa đối lưu và ổn định, việc không giả thuyết trước hàm phân bố của hạt trong tính toán đã đảm bảo được tính khách quan của thuật toán cũng như tính chất tự nhiên của vật lý mây. Các giá trị cường độ mưa tính được là tương thích chứng tỏ hàm phân bố hạt được xác định trước đó phản ánh đúng bản chất của mây.

5. Nhận xét và kết luận

Sử dụng radar UHF và VHF, cường độ mưa được tính trực tiếp từ hàm phân bố của hạt chứ không như khi sử dụng radar thời tiết, cường độ mưa được tính thông qua công thức thực nghiệm đơn giản giữa độ phản hồi và cường độ $Z-R$. Tương quan $Z-R$ này phụ thuộc rất nhiều vào tính chất mưa, tức bản chất của các quá trình vật lý xảy ra trong mây, được đặc trưng bởi hàm phân bố hạt như đã trình bày trong phần 2. Sự biến đổi tự nhiên của hàm phân bố hạt là nguyên nhân dẫn đến tương quan $Z-R$ không luôn luôn đúng. Do vậy, cường độ mưa được tính trực tiếp từ hàm phân bố hạt sẽ tránh được những hạn chế khi sử dụng tương quan $Z-R$.Thêm vào đó, với radar VHF các thông tin về khí quyển thu được gồm vận tốc chuyển động thẳng đứng và độ rối của khí quyển đảm bảo xác định hàm phân bố chính xác khi phổ giáng thủy đã được tách ra từ phổ tổng hợp.

Mục 3 đã trình bày toàn bộ cơ sở lý thuyết của phương pháp, dựa trên đó việc sử dụng hai radar UHF và VHF được đề xuất như là một phương pháp mới, tận dụng được ưu điểm của mỗi loại, vượt trội hơn radar thời tiết để tính cường độ mưa. Đồng thời, các radar này còn là công cụ để nghiên cứu vật lý mây. Thông qua đó, lại có thể quay lại hiệu chỉnh hàm tương quan $Z-R$ để nâng cao sự chính xác khi sử dụng radar thời tiết.

Một ví dụ để giải thích rõ hơn thuật toán với những kết quả bước đầu được giới thiệu trong mục 4. Cường độ mưa tính được so với giá trị thực đo tại mặt đất là rất tốt trong ví dụ đưa ra khi có cả hai hiện tượng mưa đối lưu và mưa ổn định. Trong các tính toán khác kết quả cũng rất khả quan, đặc biệt đối với dạng mưa ổn định, khi chuyển động của không khí và độ rối của khí quyển là không lớn. Tuy nhiên, sai số sẽ lớn trong trường hợp vận tốc thẳng đứng của không khí quá lớn và độ rối $>2 \text{ ms}^{-1}$ khi có mây đối lưu sâu. Đó là hạn chế của phương pháp liên quan đến thuật toán tách phổ trong xử lý tín hiệu bằng biến đổi Phu - rê nhanh.

Phương pháp mới để tính cường độ mưa này vẫn đang được tiếp tục nghiên cứu trên thế giới để bổ sung và hoàn thiện hơn ứng dụng quan trọng của radar trong việc nghiên cứu mây và giáng thủy.

Tài liệu tham khảo

1. Battan L.J., 1973, Radar Observation of the Atmosphere, The University of Chicago Press, 429 pp.
2. Doviak R. J. and D.S. Zrnic, 1984, Doppler radar and Weather Observation, Academic Press, New York, 191 pp.
3. Ecklund W. L., et. al., 1995, Tropical precipitation studies using a 915 MHz wind profiler, Radio Science, 30, 1055-1064.
4. Foote G. B. and P S. du Toit, 1969, Terminal velocity of raindrops aloft, J. Appl. Meteorol., 8, 249-253.
5. Fukao S., et al., 1985, Direct measurement of air and precipitation particles motion by VHF Doppler radar, Nature, 316, 712-714.
6. Marshal J. S. and W. G. Palmer, 1948, The distribution of raindrops with size, J. Meteorol., 5, 165-166.
7. Rajopadhyaya D.K. et al., 1993, A general approach to the retrieval of rain dropsize distribution from wind profiler Doppler spectra: Modeling result, J. Atmos. Oceanic Technology, 10, 710-717.
8. Tokay A., et al., 1999, Tropical rainfall associated with convective and stratiform clouds: Intercomparison of disdrometer and profiler measurements, J. Appl. Meteorol., 38, 302-320.
9. Ulbrich C. W., 1983, Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution, J. Clim. Appl. Meteorol., 22, 1764-1775.