

# THỦ NGHIỆM TÍNH TOÁN NƯỚC DÂNG DO BÃO BẰNG PHƯƠNG PHÁP CIP

ThS. Trần Đức Trứ

Trung tâm Khí tượng Thủy văn Biển

**N**ước dâng do bão là một hiện tượng thiên tai nguy hiểm đối với các vùng ven biển, gây nhiều thiệt hại về người và tài sản. Có những cơn bão gây nước dâng cao gần chục mét. Ở Việt Nam và các nước trên thế giới, đây là vấn đề đã và đang được tiến hành nghiên cứu nhằm đưa ra những thông tin cảnh báo dâng tin cậy trợ giúp cho công tác phòng tránh và giảm nhẹ thiên tai. Bài báo này đưa ra một phương pháp nghiên cứu mới, phương pháp CIP (Constrained Interpolation Profile) để giải hệ phương trình nước nồng phi tuyến cho bài toán nước dâng do bão.

## 1. Cơ sở lý thuyết của mô hình

Hệ phương trình cơ bản của mô hình nước dâng do bão

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{\rho(h+\zeta)} (\tau_x^a - \tau_x^b) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{1}{\rho(h+\zeta)} (\tau_y^a - \tau_y^b) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(h+\zeta)u}{\partial x} + \frac{\partial(h+\zeta)v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

Trong đó:  $u, v$ : các thành phần vận tốc trung bình theo phương thẳng đứng.  $f$ : tham số Coriolis.  $P_a$ : áp suất khí quyển.  $\zeta$ : độ dâng mực nước biển.  $\rho$ : mật độ nước biển.  $h$ : độ sâu nước biển.  $\tau_x^a, \tau_y^a$ : các thành phần ứng suất gió trên mặt biển.  $\tau_x^b, \tau_y^b$ : các thành phần ma sát đáy.

Các thành phần ứng suất gió và ma sát đáy được tính theo luật bình thường như sau:

$$\tau^a = \rho_a C_s |W|W; \tau^b = \rho_a C_b |V|V \quad (4)$$

Trong đó:  $W$  là vận tốc gió,  $V$  là vận tốc nước,  $\rho_a$  là mật độ không khí,  $C_s$  và  $C_b$  là các hệ số.

Áp suất không khí và trường gió trong bão được biểu thị bằng các công thức giải tích phụ

thuộc vào khoảng cách tới tâm bão.

$$P = P_\infty - \frac{\Delta P}{1 + (r/R)} \quad (5)$$

và

$$W = W_{\max} - \frac{2(r/R)^{1/2}}{1 + (r/R)}$$

Ở đây:  $P_\infty$  là áp suất ở rìa bão,  $\Delta P$  là độ giảm áp tại tâm bão,  $W_{\max}$  là tốc độ gió cực đại,  $R$  là bán kính gió cực đại,  $r$  là khoảng cách tới tâm bão.

Thực tế trường gió trong bão có dạng phức tạp hơn do chịu tác động của nhiều hiệu ứng mà không phải là trường đối xứng xuyên tâm như mô tả trên. Chẳng hạn chuyển động tịnh tiến của tâm bão, độ lệch của vector gió khỏi tiếp tuyến đường đẳng áp và ảnh hưởng của một số yếu tố gây nhiễu khác v.v..

Một số điều kiện biên được thực hiện cho mô hình như sau:

Tại biên cứng sử dụng điều kiện không thấm:

$$V_n = 0$$

Tại biên lỏng có thể sử dụng một trong các điều kiện cho  $u, v$  hoặc  $\zeta$ :

Điều kiện phóng xạ:

Người phản biện: TS. Lê Trọng Đào

$$\zeta_n = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h + \zeta}} \quad (6)$$

Nếu tính dao động thủy triều thì biên có dao động trên có thể lấy như sau:

$$\zeta(t) = \zeta_0 + \sum_i F_i H_i \cos(\omega_i t - g_i - P_i) \quad (7)$$

Ở đây:  $\zeta_0$  là mực nước trung bình;  $H_i, g_i$  là các hằng số điều hòa của các sóng thủy triều đơn;  $\omega_i$  là tốc độ góc và  $F_i, P_i$  là các tham số thiên văn của các sóng triều đơn tương ứng.

Điều kiện (6) sử dụng để tính nước dâng do bão thuần túy không tính đến thủy triều. Điều kiện (7) sử dụng để tính đồng thời tác động của nước dâng do bão và thủy triều.

Điều kiện ban đầu:

Nếu tại thời điểm bắt đầu tính, bão ở xa miền tính thì có thể xem mặt biển không dao động và không có dòng chảy. Trong thực tế tính toán, không nhất thiết phải yêu cầu như vậy. Chỉ cần khoảng thời gian tính toán kể từ thời điểm ban đầu đến khi bão đổ bộ đủ lớn thì điều kiện ban đầu không ảnh hưởng đến kết quả tính. Như vậy, có thể đặt:

$$t = 0, \quad u = v = \zeta = 0 \quad (8)$$

Biên lỏng:

Chọn biên lỏng cách xa vùng quan tâm và có độ sâu lớn thì dao động mực nước tại đó ít ảnh hưởng đến kết quả tính nước dâng ở vùng quan tâm. Nghĩa là tại biên lỏng có thể đặt điều kiện không có dao động mực nước.

$$\zeta = 0 \quad (9)$$

Biên cứng:

Ở bờ, dòng chảy được coi là không xuyên qua bờ cứng (thành phần vuông góc với bờ cứng của dòng toàn phần bằng 0).

Nếu bờ vuông góc với trục  $ox$ :  $u = 0$

Nếu bờ vuông góc với trục  $oy$ :  $v = 0$

**Mô hình bão:**

Hiện nay có nhiều mô hình bão để tính trường áp và trường gió trong bài toán tính

nước dâng do bão. Mô hình bão của Isozaki đã được sử dụng trong nghiên cứu này nội dung được tóm lược như sau:

Giả thiết: Bão đi thẳng và di chuyển đều (vận tốc bằng const)

Các đường đẳng áp là các đường tròn đồng tâm

Trong suốt thời gian tính, cấu trúc, cường độ bão không đổi.

Áp suất tại điểm  $(x, y)$  cách tâm bão một khoảng được tính:

$$P_r = P_\infty - a / (1 + (r/R)^2)^{1/2} \quad (10)$$

Trong đó  $P_\infty$  là áp suất ngoài rìa cơn bão:

$$a = P_\infty - P_0 \quad (11)$$

$P_0$ : áp thấp nhất ở vùng gần tâm bão.

$R$ : bán kính gió cực đại.

Vận tốc gió gồm hai thành phần:

$$W = W_d + W_b \quad (12)$$

$W_d$ : gió do bão di chuyển gây ra:

$$W_d = \frac{C}{3.6} V_b \exp(-\pi r / 500) \quad (13)$$

$W_b$  là gió gradient

$$W_b = 2W_m (Z / (1 + Z^2)) \quad (14)$$

Trong đó:

$C$ : hằng số;

$V_b$ : vận tốc di chuyển của tâm bão;

$r$ : khoảng cách từ tâm bão tới điểm đang xét;

$W_m$ : vận tốc gió cực đại;

$$W_m = K \cdot S \sqrt{\alpha} \quad (15)$$

$K$ : hằng số

$$Z = r / R \quad (16)$$

Đây là mô hình bão được xây dựng cho vùng phía tây Thái Bình Dương. Tuy nhiên, công việc của chúng ta là phải xác định các hằng số  $P_\infty, C, K, \dots$  để phù hợp với các cơn bão

hoạt động ở khu vực Biển Đông và ở Vịnh Bắc Bộ nơi có vĩ độ vào khoảng từ 6 đến 23 độ vĩ bắc.

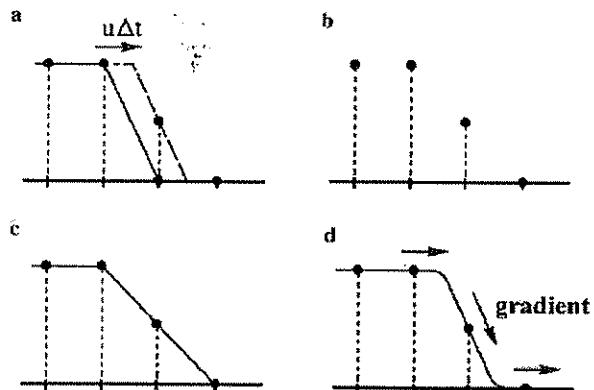
## 2. Phương pháp CIP (Constrained Interpolation Profile)

Trên thực tế hầu hết các quá trình tự nhiên thường diễn ra trong môi trường liên tục nhưng để giải số các quá trình vật lí đó ta phải thực hiện rời rạc hóa miền tính. Mục tiêu cơ bản của thuật giải số là khôi phục những thông tin bị mất (hay bị bỏ qua) giữa các điểm rời rạc đó. Đa số các sơ đồ số trước đây đều không quan tâm đến nghiệm thực phân bố bên trong ô lưới và do đó mức độ chi tiết quan tâm là ở mức kích thước lưới chia ( $\Delta x, \Delta y$ ). Phương pháp CIP do Yabe và nnk (1991) đã cố gắng xây dựng phân bố nghiệm ở trong ô lưới sao cho gần đúng nhất đối với phân bố nghiệm thực của phương trình mô tả với một số áp đặt cụ thể. Để diễn tả phương pháp CIP ta xét một phương trình truyền tải dạng:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

Khi vận tốc  $u$  là một hằng số thì phương trình (16) mô tả chuyển động tịnh tiến đơn giản của trường  $f$  với tốc độ  $u$ . Dạng phân bố ban đầu (đường liền nét trên hình 1a) di chuyển như đường đứt nét trong trường hợp biểu diễn liên tục (hình 1a). Tại thời điểm này thì nghiệm tại các điểm lưới được kí hiệu bằng các đường tròn và nó giống như nghiệm đúng tại các điểm đó. Tuy nhiên, nếu ta loại bỏ đường đứt nét như trên hình 1b thì thông tin về hình dạng (profile) của nghiệm ở trong ô lưới bị mất và rất khó để tưởng tượng đúng profile, khi đó một cách rất tự nhiên ta có thể tưởng tượng dạng profile của nghiệm như đường liền nét vẽ trên hình 1c. Như thế khuếch tán số có thể phát sinh khi ta xây dựng profile của nghiệm bằng phép nội suy tuyến tính mặc dù dựa trên các nghiệm chính xác tại các điểm lưới (xem hình 1c). Quá trình nội suy này được thực hiện trong sơ đồ Upwind (ngược dòng) bậc 1. Mặt khác, nếu ta xấp xỉ nội suy bằng

hàm bậc hai thì sẽ gặp phải kết quả là các giá trị nội suy vượt quá giá trị thật, quá trình này được thực hiện trong sơ đồ Lax - Wendroff hoặc sơ đồ Leith.



Hình 1: Nguyên lý của phương pháp CIP. (a): đường liên tục là đường ban đầu và đường đứt nét là nghiệm chính xác sau bước  $\Delta t$ , (b): nghiệm tại từng điểm riêng biệt. (c): khi nội suy tuyến tính, xuất hiện khuếch tán số. (d): sơ đồ CIP, đạo hàm không gian cũng di chuyển và profile trong ô lưới được khôi phục.

Điều gì đã làm nghiệm kém chính xác đi? Đó là do ta đã bỏ qua cơ chế phân bố nghiệm phía trong ô lưới và ta đi theo các nghiệm làm tròn. Do đó, ta thấy rằng phương pháp đưa nghiệm thực vào trong profile phân bố trong ô lưới là rất quan trọng. Phương pháp CIP đã đưa ra cách xấp xỉ profile như sau:

Trước hết lấy đạo hàm phương trình (17) theo biến  $x$  ta thu được:

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} = - \frac{\partial u}{\partial x} g \quad (18)$$

Trong đó  $g = \partial f / \partial x$  là đạo hàm không gian của  $f$ . Trong trường hợp đơn giản nhất khi phương trình (18) giống như phương trình (17) là mô tả chuyển động của đạo hàm không gian theo vận tốc  $u$ . Bằng cách sử dụng phương trình này ta có thể theo tiến triển theo thời gian của  $f$  và  $g$  dựa trên cơ sở phương trình (17). Nếu  $g$  tính được và di chuyển như trình bày bằng mũi tên trên hình 1d, thì ta dễ dàng sử dụng các đạo hàm  $g$  này để tưởng tượng ra nghiệm và nó sẽ trở nên gần đúng với profile ban đầu (nghiệm đúng) rất nhiều.

Nếu cả hai giá trị của  $f$  và  $g$  được cho trước tại hai điểm lưới, thì profile của các điểm này có thể được nội suy bằng một đa thức bậc ba (Nakamura, 2001):

$$F_i^n(x) = a_i X^3 + b_i X^2 + g_i^n X \quad (19)$$

Trong đó:

$$a_i = \frac{g_i^n + g_{iup}^n}{\Delta x_i^2} + \frac{2(f_i^n - f_{iup}^n)}{\Delta x_i^3} \quad (20)$$

và

$$b_i = \frac{3(f_{iup}^n - f_i^n)}{\Delta x_i^2} - \frac{2(g_i^n + g_{iup}^n)}{\Delta x_i} \quad (21)$$

$$\Delta x_i = x_{iup} - x_i; iup = i - \text{sgn}(u_i); X = x - x_i \quad (21)$$

Ở đây  $\text{sgn}(u)$  là hàm lấy dấu của  $u$ ,  $x$  là tọa độ ở phía ngược dòng của điểm xét sau bước thời gian  $\Delta t$ . Như vậy profile tại bước thời gian  $(n+1)$  dễ dàng thu được bằng cách dịch chuyển profile đi một đoạn  $u_i \Delta t$  (tương tự phương pháp Lagrangian) vì thế:

$f_i^{n+1} = F_i^n(x_i - u_i \Delta t)$  và  $g_i^{n+1} = dF_i^n(x_i - u_i \Delta t)/dx$  do đó ta có:

$$f_i^{n+1} = a_i \xi_i^3 + b_i \xi_i^2 + g_i^n \xi_i + f_i^n \quad (22)$$

$$g_i^{n+1} = 3a_i \xi_i^2 + 2b_i \xi_i + g_i^n \quad (23)$$

Trong đó:  $\xi_i = -u_i \Delta t$

Như thế phương pháp CIP sử dụng phép tịnh tiến Lagrangian trên nền lưới Euler, do đó nó thuộc vào dạng phương pháp Semi - Lagrangian.

Thực tế tính toán sử dụng phương pháp CIP đã cho thấy với phương pháp CIP hiện, có thể sử dụng với số Courant - Friedrichs - Lewy (CFL) khá lớn mà sơ đồ vẫn rất ổn định.

### Ứng dụng phương pháp CIP cho hệ phương trình nước nồng

Với hệ phương trình nước nồng ta có thể biểu diễn tổng quát dưới dạng như sau:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = G \quad (24)$$

Trong đó  $G$  bao gồm các số hạng về phải của phương trình chuyển động (gradient mực nước, áp suất, ứng suất gió, ứng suất đáy, lực Coriolis, lực nhớt).

Sử dụng thuật toán tách, ta đi tìm nghiệm của phương trình (23) theo hai bước (Yabe và Aoki, 1991):

#### \* Bước 1. Pha truyền tải (Advection phase)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (25)$$

#### \* Bước 2. Pha không truyền tải (Non-advection phase)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = G \quad (26)$$

Sau khi bước 1 được giải cho pha truyền tải thì bước 2 được tính toán cho pha không truyền tải dựa trên các giá trị vừa tính được từ bước 1.

Trong bước 1 ta sử dụng nghiệm giải tích địa phương của phương trình (23) dưới dạng Lagrangian:

$$f(x_i, y_i, t + \Delta t) = f(x_{pi}, y_{pi}, t) \quad (27)$$

Với  $x_{pi} = x_i + \xi$ ,  $y_{pi} = y_i + \eta$ ,  $\xi = -u_i \Delta t$ ,  $\eta = -v_i \Delta t$

Như thế phương trình (26) có thể thu được biểu thức hiện theo các công thức bằng cách dùng sơ đồ CIP luân chuyển cho từng hướng  $ox$  và  $oy$ .

$$x_{pi} = x_i + \xi, y_{pi} = y_i + \eta, \xi = -u_i \Delta t, \eta = -v_i \Delta t$$

Sau khi tìm được  $f_i^{n+1*} = f(x_i, y_i, t + \Delta t)$

Ở bước 1 thì giá trị của  $f_i$  tại bước thời gian  $(n+1)$  bao hàm cả các đóng góp của các yếu tố không thuộc pha truyền tải sẽ được giải theo phương trình (25).

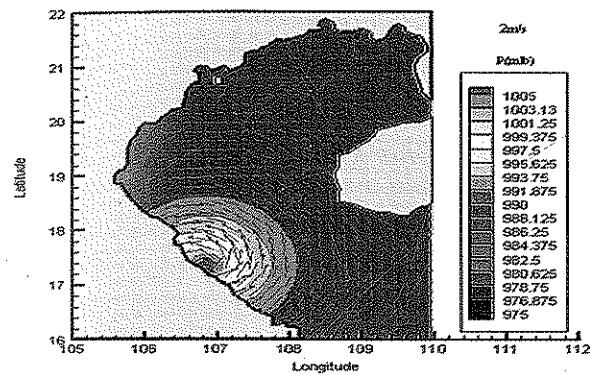
$$f_i^{n+1} = f_i^{n+1*} + G \Delta t \quad (28)$$

Đối với hàm gradient  $g$  của  $f$  ( $\frac{\partial f}{\partial x} = g_x, \frac{\partial f}{\partial y} = g_y$ )

cũng được thực hiện tương tự như hàm  $f$  nhưng sử dụng công thức CIP (22).

### 3. Kết quả tính toán

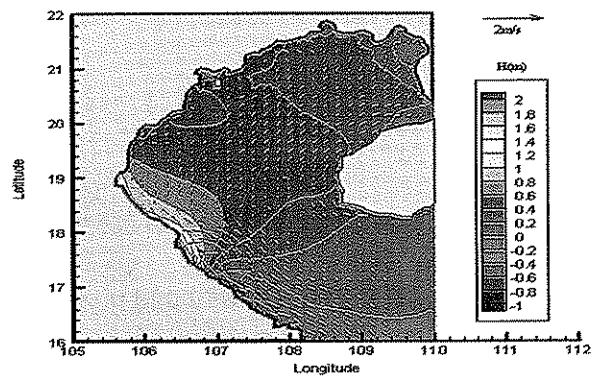
Kết quả tính được áp dụng đối với cơn bão số 6 (Vicente)- 2005. Đây là một cơn bão có số liệu đo thực tế để so sánh. Kết quả tính trường gió và áp theo mô hình Isozaki được thể hiện trên hình 2 và kết quả về trường mực nước dâng do bão và dòng chảy được trình bày



Hình 2. Trường vécto vận tốc gió và áp lúc 6h ngày 18 tháng 09 năm 2005

trên hình 3.

Bảng 1 trình bày so sánh mực nước dâng cực đại tính toán bằng mô hình CIP với số liệu thực đo trong cơn bão số 6 năm 2005. Sai số giữa kết quả tính toán và số liệu thực đo giữa các trạm Hòn Dầu, Hòn Ngư và Hải Hậu là có thể chấp nhận được.



Hình 3. Trường dòng chảy và mực nước dâng lúc 6h ngày 18 tháng 09 năm 2005

Bảng 1. Bảng so sánh mực nước dâng cực đại giữa tính toán và thực đo cơn bão số 6 - 2005 (m)

Tên trạm Kiểu tính	Hòn Ngư	Hải Hậu	Hòn Dầu
Tính theo CIP	1,8	1,45	1,18
Thực đo	1,6	1,76	1,00

### 4. Kết luận và kiến nghị

Phương pháp giải bài toán nước dâng do bão bằng giản đồ CIP là một xu hướng nghiên cứu mới. Đây là một phương pháp giải có độ chính xác khá cao, các kết quả tính toán cho thấy phương pháp này có thể dùng để sử dụng tính toán trong các mô hình thủy động lực biển khác nhau.

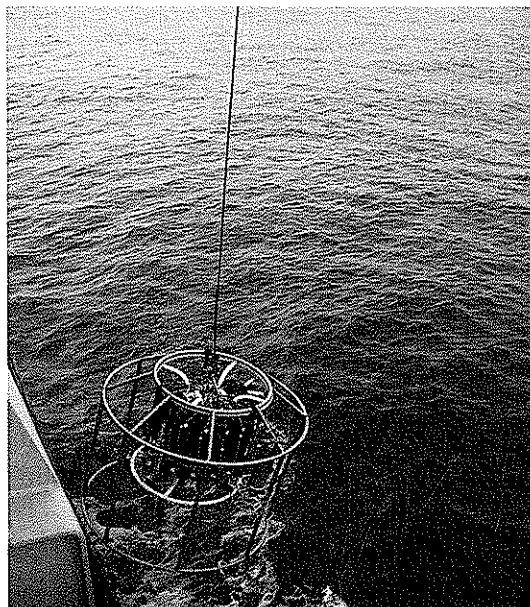
Phương pháp CIP mở ra một hướng nghiên cứu mới trong các bài toán động lực biển và sông ngòi. Do đó cần quan tâm nghiên cứu và áp dụng vào thực tiễn.

Nghiên cứu về hiện tượng nước tràn trên các vùng đất thấp do hiệu ứng nước dâng do bão gây ra bằng phương pháp CIP là có thể thực hiện được.

### Tài liệu tham khảo

1. Phùng Đăng Hiếu (2006), Phương pháp sai phân ẩn cho bài toán thủy triều ven biển, Tạp chí khoa học tự nhiên và công nghệ, Nhà xuất bản, Đại học Quốc gia, số 2B, trang 39-50.

2. Đỗ Ngọc Quỳnh (2000), *Ứng dụng quy trình dự báo nước dâng bão*, Trung tâm Khoa học tự nhiên và Công nghệ Quốc gia, Viện Cơ học. Hà Nội.
3. Phung Dang Hieu, Katsutoshi Tanimoto (2006), “Verification of a VOF-based twophase flow model for wave breaking and wavestructure interaction”, *Ocean engineering*. Vol 33, pp 1565-1588.
4. T. Yabe and T. Aoki (1991), A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation. I. One-dimensional solver, *Comput. Phys. Commun.* 66, 219.



Ảnh: Thả CTD



Ảnh: Chuẩn bị cho chuyến khảo sát