

KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU ÁP DỤNG MÔ HÌNH WRF CHO VÙNG ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ

CN. Lê Văn Thiện, TS. Dương Hồng Sơn
Trung tâm Nghiên cứu môi trường
Viện Khí tượng Thủy văn

1. Mở đầu

Có thể nói, thiệt hại do các tai biến thiên nhiên là rất lớn, do đó dự báo thiên tai như bão, mưa lớn, lũ lụt, đông lốc đang là bài toán thu hút sự quan tâm của nhiều tổ chức và các nhà khoa học lớn trên thế giới. Việc áp dụng các thành tựu khoa học hiện đại nhằm bắt kịp sự phát triển của thế giới là một hướng đi tất yếu cho Việt Nam. Cùng với việc bước đầu ứng dụng mô hình MM5 [1], Trung tâm Nghiên cứu môi trường không khí và nước thuộc Viện Khí tượng Thủy văn đã và đang nghiên cứu áp dụng mô hình nghiên cứu và dự báo thời tiết (Weather Research and Forecasting) cho Việt Nam.

Mô hình nghiên cứu và dự báo thời tiết (WRF) là một mô hình lớn và rất mới đang được phát triển dưới sự cộng tác của một số lớn các cơ quan, tổ chức trên thế giới, chủ yếu là: Mesoscale and Microscale Meteorology Division of the National Center for Atmospheric Research NCAR/MMM, National Centers for Environmental Prediction (NOAA/NCEP), Forecast Systems Laboratory (NOAA/FSL), University of Oklahoma Center for the Analysis and Prediction of Storms (CAPS), U.S. Air Force Weather Agency (AFWA). Sự phát triển của mô hình WRF được tài trợ bởi dự án CWO-6: Scalable WRF Model Development under the DoD HPCMO Common High Performance Computing Software Support Initiative (CHSSI) [2]. Ngoài ra, mô hình WRF cũng được tài trợ từ Chương trình nghiên cứu thời tiết Hoa Kỳ USWRP (United States Weather Research Program) [2].

Đây là mô hình được các tác giả của MM5 xây dựng mới hoàn toàn và sẽ là mô hình dự báo chính thức của Trung tâm Dự báo môi trường quốc gia (NCEP) vào năm 2004. Việc xây dựng mô hình này được dựa trên các cơ sở khoa học cũng như kinh nghiệm và ưu nhược điểm đã được đúc kết từ MM5.

Trong nhiều mô hình động lực về thủy văn, hải văn, môi trường thì yêu cầu đầu vào từ kết quả của mô hình khí tượng động lực là rất cần thiết. Trong nghiên cứu này chúng tôi tập trung áp dụng mô hình với độ phân giải rất cao nhằm đáp ứng yêu cầu cung cấp số liệu dự báo các trường khí tượng cho các môđun khác để dự báo chất lượng không khí cho khu vực đồng bằng Bắc Bộ.

2. Hệ phương trình động lực của mô hình

Trong dự án phát triển mô hình WRF, có ba phương án triển khai hệ tọa độ đó là: hệ tọa độ Euler theo độ cao hình học, hệ tọa độ Euler theo áp suất và hệ tọa độ lai bán Lagrange. Hai giải pháp Euler khác nhau chủ yếu là về tọa độ thẳng đứng, một dùng độ cao hình học là tọa độ thẳng đứng còn một thì dùng áp suất thủy tĩnh là tọa độ thẳng đứng, ngoài ra còn có vài sự khác nhau là:

- Bề mặt tọa độ áp suất thì biến đổi theo áp suất, trong khi đó, bề mặt tọa độ độ cao thì cố định.
- Điều kiện biên trên:

- Tọa độ độ cao dùng điều kiện biên trên là cứng ($w=0$) hoặc là điều kiện biên bức xạ ($w \neq 0$),
- Tọa độ áp suất dùng một hằng số hay là áp suất riêng.

Nhưng cả hai đều có cùng điểm giống nhau là:

- Cùng giải các phương trình Euler không thủy tĩnh nén được,
- Cùng dùng các phương pháp tích phân số:
 - Dùng sơ đồ tích phân Runge-Kutta bậc ba,
 - Các toán tử bình lưu bậc 2 đến bậc 6,
 - Lưới Arakawa - C,
 - Tích phân sóng âm hay sóng trọng trường theo phương pháp tách - hiện (Split - explicit).

a. Các phương trình trong tọa độ độ cao hình học theo địa hình

Trong mô hình tọa độ độ cao dạng bảo toàn của các biến được xác định như sau [3]:

$$U = \rho u, \quad V = \rho v, \quad W = \rho w, \quad \Theta = \rho \theta \quad (1)$$

Dạng phương trình cảnh báo viết dưới dạng thông lượng:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \gamma R \pi \frac{\partial \Theta}{\partial x} - fV = - \frac{\partial Uu}{\partial x} - \frac{\partial Wu}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \gamma R \pi \frac{\partial \Theta}{\partial z} + g\rho = - \frac{\partial Uw}{\partial x} - \frac{\partial Wv}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} \theta + \frac{\partial W}{\partial z} \theta = \rho Q \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Áp suất có quan hệ trực tiếp với Θ :

$$\gamma R \pi \nabla \Theta = c_p \Theta \nabla \pi = \nabla p, \quad \gamma = C_p/C_v = 1.4, \quad \pi = \left(\frac{p}{p_0}\right)^k, \quad k = \frac{R}{C_p} \quad (6)$$

g là gia tốc trọng trường, R -hằng số khí riêng của không khí, C_p - nhiệt dung riêng đẳng áp, C_v - nhiệt dung riêng đẳng tích, R_v - hằng số khí cho hơi nước, R_d - hằng số khí cho không khí khô.

❖ **Phương trình ẩm:** Nhận được bằng cách đưa thêm khối lượng ẩm vào hệ phương trình của không khí khô. Chúng ta chọn phương trình liên tục đối với mật độ khô ρ_d và để dự báo tỉ số xáo trộn của tất cả các dạng ẩm. Để thuận tiện, chúng ta biến đổi nhiệt độ thể vị dưới dạng chịu ảnh hưởng của ẩm như sau: $\theta_m = \theta(1 + \alpha q_v)$, trong đó $\alpha \equiv \frac{R_v}{R_d} \approx 1.61$ và q_v là tỷ số xáo trộn của hơi nước. Nhiệt độ thể vị này có

quan hệ với nhiệt độ thể vị ảo như sau:

$$p = \rho_d R_d T + \rho_d q_v R_v T = \rho_d R_d \pi \theta \left(1 + \frac{R_v}{R_d} q_v\right) \equiv \rho_d R_d \pi \theta_m \equiv \rho_d (1 + q_v) R_d \pi \theta_v \quad (7)$$

Như vậy, hệ phương trình ẩm trong tọa độ độ cao như sau:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\rho_d}{\rho_m} \gamma R_d \pi \left(\frac{\partial m \Theta_m}{\partial x} + \frac{\partial m \Theta_m}{\partial z} \right) = -m \frac{\partial Uu}{\partial x} - m \frac{\partial Vu}{\partial y} - \frac{\partial Wu}{\partial z} \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\rho_d}{\rho_m} \gamma R_d \pi \left(\frac{\partial m \Theta_m}{\partial x} + \frac{\partial m \Theta_m}{\partial z} \right) = -m \frac{\partial Uv}{\partial x} - m \frac{\partial Vv}{\partial y} - \frac{\partial Wv}{\partial z} \quad (9)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\rho_d}{\rho_M} \gamma R_d \pi \frac{\partial \Theta_m}{\partial z} + \frac{\rho_d}{\rho_M} g \left(-\rho_d \frac{\pi}{\pi} + \rho_d (q_v + q_c + q_r) \right) + \rho_d g \quad (10)$$

$$= -m \frac{\partial U_w}{\partial x} - m \frac{\partial V_w}{\partial y} - \frac{\partial W_w}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \Theta_m}{\partial t} + m \frac{\partial U \theta_m}{\partial x} + m \frac{\partial V \theta_m}{\partial y} + \frac{\partial W \theta_m}{\partial z} = \rho Q_m \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + m \frac{\partial U}{\partial x} + m \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

ở đây $\rho_M = \rho_d(1+q_v+q_c+q_r+...)$ thể hiện mật độ khối lượng tổng cộng bao gồm nước mây q_c , nước mưa q_r và bất kì dạng ẩm khác, trong đó

$$Q_m = \frac{D \theta_m}{Dt} = (1 + \alpha q_v) \frac{D \theta}{Dt} + \varepsilon \theta \frac{D q_v}{Dt} \quad (13)$$

Trong các sơ đồ vật lí của mô hình thì các xu thế của nhiệt độ thế vị và tỷ số xáo trộn được dự báo riêng lẻ, sau đó kết hợp lại để cho Q_m .

b. Các phương trình trong tọa độ áp suất thủy tĩnh theo địa hình

Để chuyển các phương trình từ hệ tọa độ độ cao sang hệ tọa độ áp suất, ta sử dụng phương trình liên hệ áp suất thủy tĩnh theo địa hình [3]:

$$\eta = (p_h - p_{ht})/\mu \text{ trong đó } \mu = p_{hs} - p_{ht} \quad (14)$$

Ở đây p_h là thành phần thủy tĩnh của áp suất, và p_{hs} được xem là giá trị áp suất tại biên bề mặt, và p_{ht} là giá trị áp suất tại biên đỉnh của khí quyển. Do $\mu(x,y)$ thể hiện khối lượng trên đơn vị diện tích bên trong ô lưới trong lãnh thổ của mô hình tại vị trí (x,y) , nên các biến dạng thông lượng được viết lại như sau:

Các biến trạng thái bảo toàn:

$$U = \mu u, W = \mu v, \Theta = \mu \theta, \Omega = \mu \eta \quad (15)$$

Các biến trạng thái không bảo toàn: $\phi = gz$

Dùng những biến này có thể viết hệ phương trình dạng thông lượng trong tọa độ áp suất:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \mu \alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial x} = - \frac{\partial U u}{\partial x} - \frac{\partial \Omega u}{\partial \eta} \quad (16)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + g \left(\mu - \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = - \frac{\partial U w}{\partial x} - \frac{\partial \Omega w}{\partial \eta} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial U \theta}{\partial x} + \frac{\partial \Omega \theta}{\partial \eta} = \mu Q \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{d \phi}{dt} = g w \quad (20)$$

Các quan hệ cảnh báo và định luật khí:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = - \mu \alpha, p = \left(\frac{R \theta}{p_0 \alpha} \right)^{\gamma} \quad (21)$$

Trong các phương trình trên u, v là các thành phần tốc độ gió nằm ngang, còn w là tốc độ gió thẳng đứng, θ là nhiệt độ thế vị.

❖ Phương trình ẩm:

Hệ phương trình ẩm có dạng như sau:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \alpha \mu_a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\alpha}{\alpha_a} \frac{\partial p}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial x} = - \frac{\partial Uu}{\partial x} - \frac{\partial \Omega u}{\partial \eta} \quad (22)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + g \left(\mu_a - \frac{\alpha}{\alpha_a} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = - \frac{\partial Uw}{\partial x} - \frac{\partial \Omega w}{\partial \eta} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mu_a}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = 0 \quad (24)$$

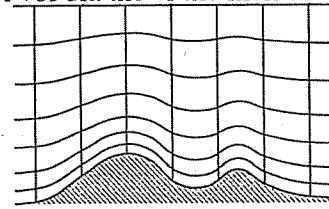
$$\frac{\partial \mu_a q_v}{\partial t} + \frac{\partial U (\mu_a q_v)}{\partial x} + \frac{\partial \Omega (\mu_a q_v)}{\partial \eta} = \mu Q_v \quad (25)$$

$$\frac{d\phi}{d\eta} = - \alpha_a \mu_a p = \left(\frac{R \Theta}{p \mu_a \alpha_v} \right) \quad (26)$$

❖ **Mô tả địa hình:** Điều kiện biên bên dưới đối với địa thế vì thể hiện độ cao địa hình và thể hiện tọa độ thấp nhất của bề mặt

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + \omega \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = g w$$

Trong kết quả nghiên cứu này, chúng tôi đã sử dụng hệ phương trình trong tọa độ áp suất.



Hình 1. Mô tả địa hình trong tọa độ áp suất

3. Vật lý trong mô hình WRF

Để mô phỏng các trạng thái của khí quyển thì một tập hợp các thành phần vật lý là cần thiết như: bức xạ, tham số hoá lớp biên, tham số hoá đối lưu, khuếch tán rối qui mô dưới lưới, và vi vật lý. Do mô hình được phát triển cho cả nghiên cứu và dự báo nghiệp vụ nên những sơ đồ vật lý đơn giản và những sơ đồ vật lý tinh là cần thiết được đưa vào. Trong mô hình WRF cho phép người sử dụng lựa chọn các sơ đồ vật lý khác nhau trong việc mô phỏng các trạng thái của khí quyển. Trong khuôn khổ của bài báo chúng tôi không thể đưa ra chi tiết từng sơ đồ vật lý, do vậy, chỉ đưa ra tên các sơ đồ có trong mô hình hiện nay. Trong vi vật lý hiện có các sơ đồ: Kessler, Purdue Lin, NCEP3, NCEP5, Eta, Eta Grid-scale Cloud and Precipitation. Trong các sơ đồ đối lưu hiện nay gồm: New Kain- Frisch, Bett- Miller-Janjic, Kain-Frisch. Trong bức xạ sóng dài gồm có các sơ đồ: RRTM, ETA GFDL, sóng ngắn gồm: Simple, Goddard, ETA GFDL. Trong lớp bề mặt có hai sơ đồ: Sơ đồ dùng lý thuyết đơn giản, MIJ. Lớp đất gồm có: sơ đồ khuếch tán nhiệt, sơ đồ OSU/NM5. Tham số hoá lớp biên gồm có các sơ đồ: MRF, MIJ. Khuếch tán rối dưới lưới gồm: sơ đồ khuếch tán đơn giản.

4. Sơ đồ tích phân theo thời gian

Không giống như các mô hình đang tồn tại, mô hình WRF dùng sơ đồ tích phân Runge-Kutta bậc ba [5]. Đây là sơ đồ rất mới và đã được các chuyên gia trên thế giới cho là chính xác nhất hiện nay, nó đã được kiểm tra và thấy được sự chính xác và ổn định hơn hẳn so với sơ đồ Leapfrog và Adams-Bashforth-Moulton.

5. Ban đầu hóa số liệu thực

Môđun SI (Standard Initialization) trong WRF được phát triển tại Forecast Systems Laboratory có nhiệm vụ thực hiện hai chức năng chính cần cho chạy mô hình WRF đó là:

- ✓ Xác định vị trí khu vực cần dự báo, độ phân giải nằm ngang và độ phân giải thẳng đứng và xác định các trường tĩnh như: địa hình, sử dụng đất, loại đất trồng, thảm phủ thực vật, albedo, v.v.
- ✓ Tạo số liệu ban đầu và điều kiện biên cho mô hình.

6. Kết quả mô phỏng và nhận xét

WRF đã được cài đặt và chạy ổn định trên hệ thống máy tính bó Linux-Cluster với 8 CPU Athlon MP 1.900 tại Viện Khí tượng Thủy văn. Với mục đích dự báo các trường khí tượng cung cấp cho các môđun khác để dự báo chất lượng môi trường không khí cho khu vực đồng bằng Bắc Bộ. Thời gian-bắt đầu 00z, 16-VIII-2002 với độ phân giải nằm ngang là 5km và được chia thành 35 lớp thẳng đứng, tại lớp gần bề mặt thì dày sít hơn trên cao và sử dụng hệ phương trình trong tọa độ áp suất. Tính cho thời đoạn 72 giờ (3 ngày) thì cần khoảng 3 giờ trên máy tính bó song song hiệu năng cao Linux-Cluster. Sản phẩm dự báo của WRF gồm nhiều biến khác nhau như: mưa tích lũy do đối lưu, mưa tích lũy quy mô lưới, gió, độ ẩm, nhiệt độ, v.v.

Các kết quả ở hình 2 thể hiện mưa tích lũy và nhiệt độ trong một giờ cuối trên toàn bộ khu vực dự báo. Các kết quả như thế này cho biết được diễn biến theo thời gian của mưa cũng như nhiệt độ của toàn bộ khu vực quan tâm, nhưng để hình dung được một cách chi tiết, chúng tôi đã xây dựng các chương trình hiển thị kết quả dự báo cho từng thành phố dưới dạng các meteogram (hình 3), các chương trình này làm việc một cách tự động nên đảm bảo được công việc chạy nghiệp vụ. Trong hình này thể hiện gió và độ ẩm trên các mực áp suất, nhiệt độ tại 500mb và 850mb, gió tại 10m, áp suất tại mực biển, và mưa cho từng giờ dự báo.

Để có thể đánh giá sơ bộ về kết quả dự báo, chúng tôi đã dùng số liệu đo trực tiếp từng giờ từ các Trạm Môi trường không khí Láng và Cúc Phương để so sánh với các kết quả dự báo của mô hình (hình 4 và hình 5). Nhìn chung, mô hình đều bắt được xu thế diễn biến của nhiệt độ và độ ẩm. Tại các đỉnh nhiệt độ cực trị, nhiệt độ cực đại sai lệch nhiều hơn nhiệt độ cực tiểu, nhưng tại các thời điểm xảy ra cực trị thì mô hình đều bắt được. Độ ẩm thì cũng tương tự, nhưng sai khác về độ ẩm còn nhiều hơn là sai khác về nhiệt độ. Trong thời gian tiếp theo chúng tôi sẽ thử nghiệm trên nhiều ngày và sẽ đánh giá nhiều hơn về mô hình.

Hiện nay, Viện Khí tượng Thủy văn vẫn đang sử dụng modem với tốc độ khoảng 2-3 Kbyte/s để truy cập Internet. Để có thể tải xuống từ Internet số liệu từ mô hình toàn cầu (AVN) với dung lượng xấp xỉ 100 MB cần ít nhất 10-15 giờ để tải xuống các trường phân tích và dự báo 00, 24, 48 và 72h. Trong khuôn khổ dự báo thử nghiệm, Viện KTTV sẽ có sự hợp tác với Trung tâm Dự báo khí tượng thủy văn TW về sử dụng đường truyền Internet trực tuyến rút ngắn thời gian lấy số liệu đầu vào cho mô hình.

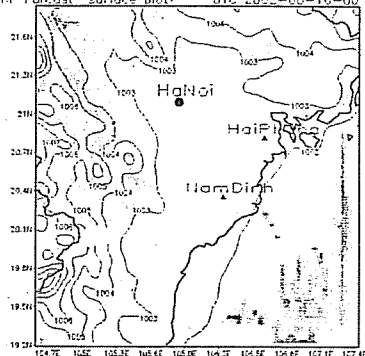
7. Kết luận và kiến nghị

Từ kết quả nghiên cứu nhận thấy, về cơ bản là mô hình đã bắt được các xu thế của nhiệt độ và độ ẩm, mặc dù về định lượng còn chưa chuẩn xác, sự sai khác này có thể do số liệu điều kiện ban đầu còn chưa tinh. Trong tương lai, cùng với sự phát triển dày hơn nữa mạng lưới quan trắc số liệu của Ngành KTTV nước ta thì nhiệm vụ khoa học quan trọng cần được nghiên cứu tiếp theo là phải đưa được số liệu của từng trạm trong khu vực dự báo vào nhằm chính xác thêm số liệu ban đầu từ mô hình toàn cầu, đây là công việc khó khăn và rất có ý nghĩa nhằm nâng cao kết quả dự báo. Ngoài ra, nguyên nhân khác làm hạn chế kết quả dự báo là do mạng truyền số liệu vẫn còn chậm nên số liệu điều kiện biên chỉ cập nhật sau 24h, và còn nhiều những tham số động lực mang tính địa phương vẫn chưa được nghiên cứu kỹ. Việc áp dụng mô hình WRF vào Việt Nam cho mục đích nghiên cứu và dần tiến tới nghiệp vụ là có thể thực hiện được. Cũng có rất nhiều nước khác trên thế giới đang chạy thử nghiệm nghiệp vụ

mô hình này cho hàng ngày. Hy vọng rằng trong thời gian tới, cùng với các modul lan truyền và hóa khí quyển (UAM-V), mô hình sẽ nhanh chóng áp dụng dự báo thử nghiệm chất lượng không khí và tìm ra được một sơ đồ vật lý phù hợp nhất.

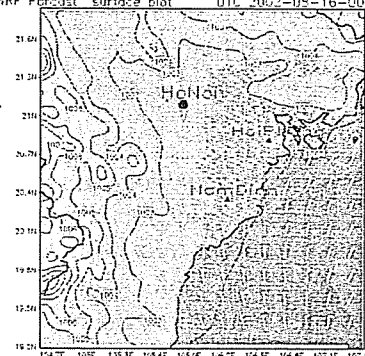
Bài viết này sử dụng kết quả nghiên cứu của đề tài "Nghiên cứu thử nghiệm dự báo hạn ngắn chất lượng không khí cho khu vực đồng bằng Bắc Bộ" do Tổng cục Khí tượng Thủy văn trước đây và Bộ Tài nguyên và Môi trường hiện nay quản lý, số liệu sử dụng được thu thập từ các trạm môi trường tự động thuộc Trung tâm Mạng lưới KTTV và Môi trường, Trung tâm Khí tượng Thủy văn quốc gia/.

Total precipitation during last 1 hours (color mm) and SLP (mb)
WRF Forecast surface plot UTC 2002-08-16-00 +24h

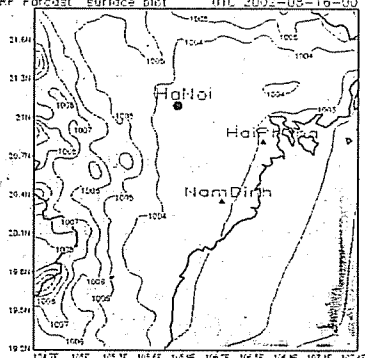


DATA VALUES

T (C, color) SLP (mb) and Winds (m/s)
WRF Forecast surface plot UTC 2002-08-16-00 +24h

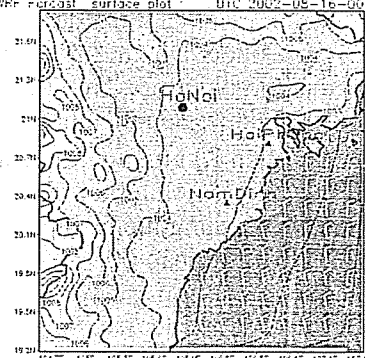


Total precipitation during last 1 hours (color mm) and SLP (mb)
WRF Forecast surface plot UTC 2002-08-16-00 +48h

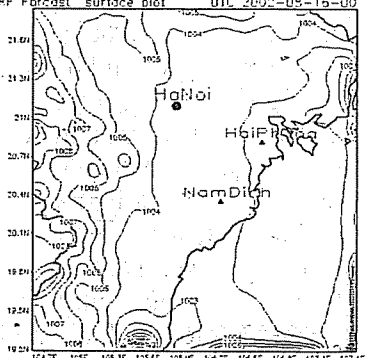


DATA VALUES

T (C, color) SLP (mb) and Winds (m/s)
WRF Forecast surface plot UTC 2002-08-16-00 +48h

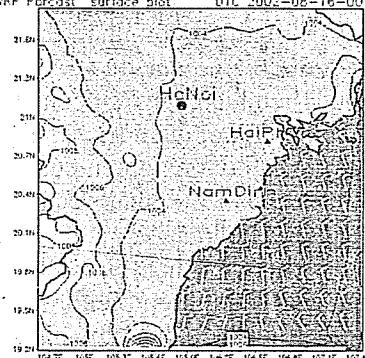


Total precipitation during last 1 hours (color mm) and SLP (mb)
WRF Forecast surface plot UTC 2002-08-16-00 +72h

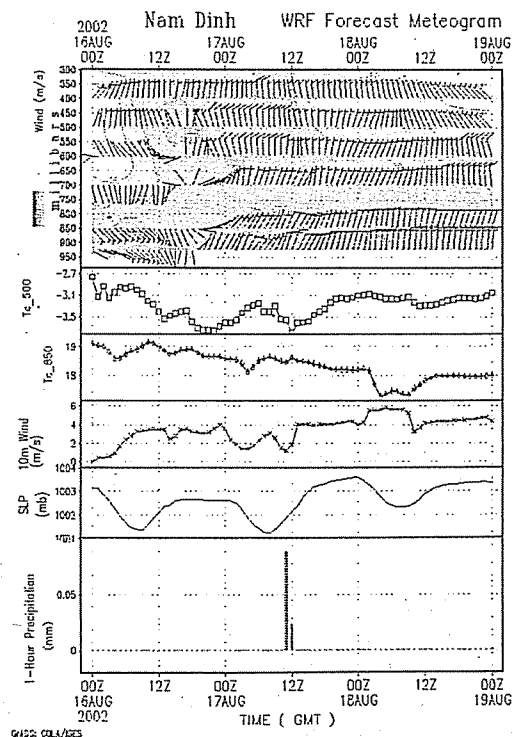
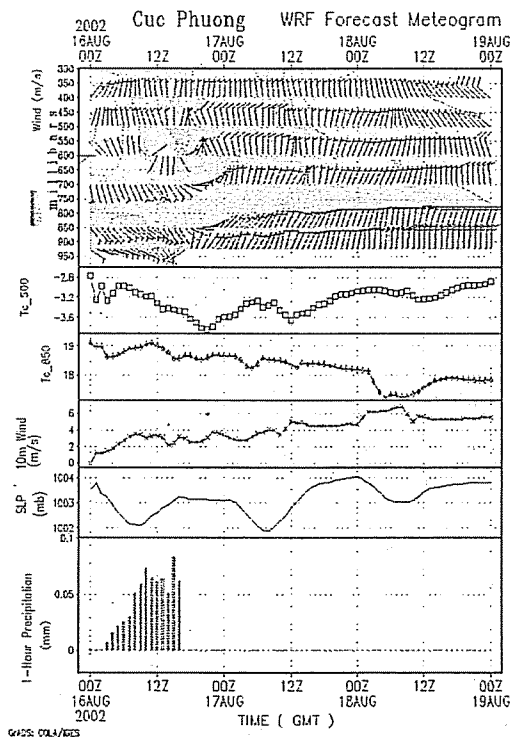
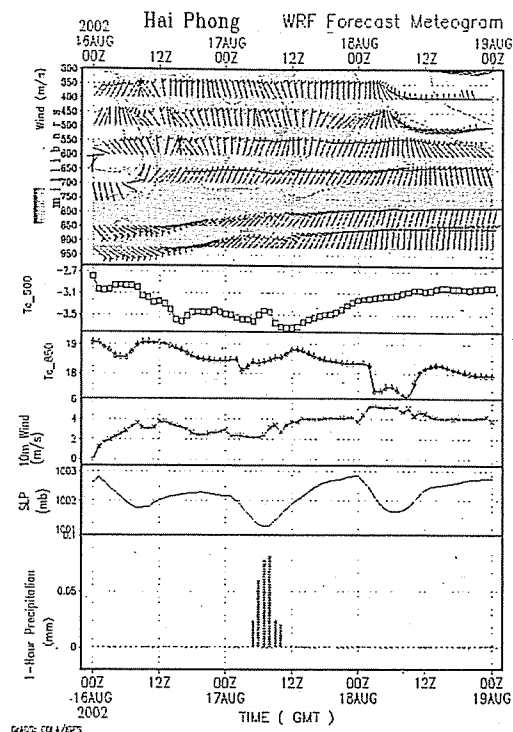
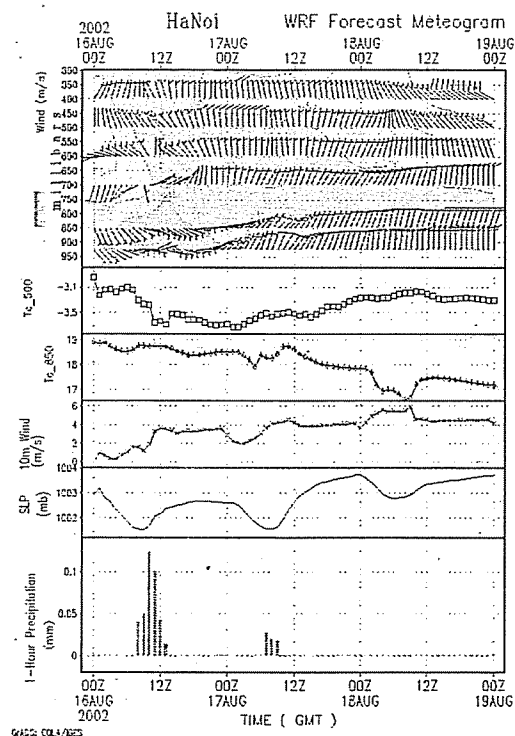


DATA VALUES

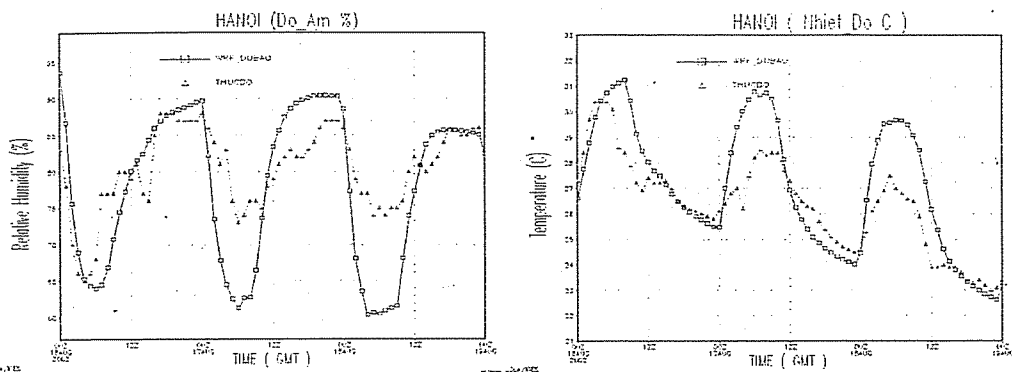
T (C, color) SLP (mb) and Winds (m/s)
WRF Forecast surface plot UTC 2002-08-16-00 +72h



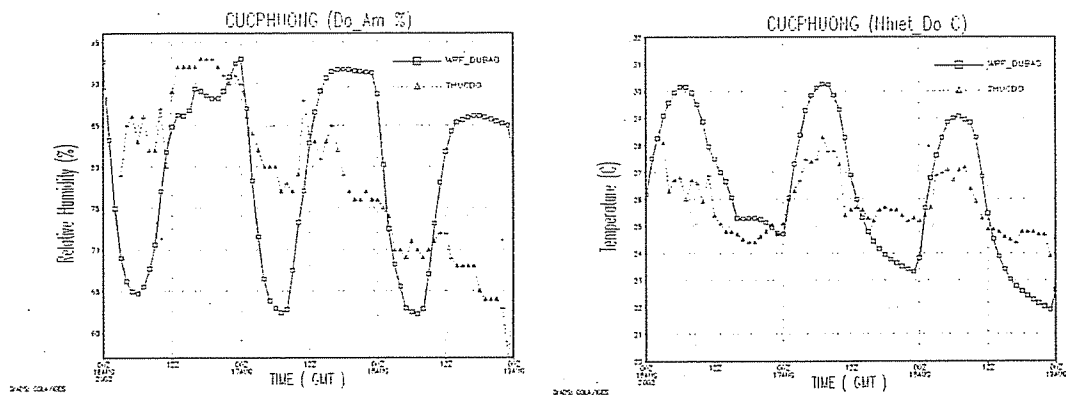
Hình 2. Các trường mưa, áp suất mực biển một giờ cuối của giờ dự báo (bên trái) và nhiệt độ bề mặt, gió, áp mực biển (bên phải) dự báo bằng WRF: +24h, +48h, +72h



Hình3. Sản phẩm dự báo dưới dạng Meteogram cho thành phố Hà Nội, Hải Phòng, Cúc Phương và Nam Định trong khoảng 3 ngày



Hình 4. So sánh kết quả dự báo và thực đo cho thành phố Hà Nội
Độ ẩm (bên trái) và nhiệt độ (bên phải)



Hình 5. So sánh kết quả dự báo và thực đo cho Cúc Phương
độ ẩm (bên trái) và nhiệt độ (bên phải)

Tài liệu tham khảo

1. Dương Hồng Sơn, Trần Thục, Hoàng Đức Cường và Nguyễn Duy Chinh. Mô hình số trị động lực MM5 và ứng dụng bước đầu cho Việt Nam. *Tạp chí Khí tượng Thủy văn*, 7(499), 2002.
2. Jonh G. Michalakes, Michael McAtee, and Jeny Wegiel. *Software infrastructure for the Weather Research and Forecast model*. In proceedings of UGC 2002. June. Austin, Texas.
3. Michalakes, J., J. Dudhia, D. Grill, J. Klemp; and W. Skamarock. *Development of a next-generation regional Weather Research and Forecast model*. In *Developments in Teracomputin*, World Scientific, River Edge, New Jersey, 2001. pp. 269-276.
4. W. C. Skamarock, J. B. Klemp and J. Dudhia. *Prototypes for the WRF (Weather Research and Forecasting) model*. Argonne National Laboratory preprint. 2001. ANL/MCS - p868 - 0101, 8pp.
5. Louis J. Wicker, William C. Skamarock. Time splitting methods for elastic models using forward time schemes. *Mon. Wea. Rev.*, 126, 1992-1999.