

**VỀ VIỆC SỬ DỤNG MỘT VÀI MÔ HÌNH THUY VĂN
ĐỂ TÍNH TOÁN VÀ DỰ BÁO LŨ**

Ngô Trọng Thuận
(Viện KTTV)

I - M ỏ đ ầ u.

Tính toán truyền lũ trong sông ngòi về thực chất là việc xác định sự chuyển dịch của một đường quá trình lưu lượng từ một vị trí đã biết đến một vị trí đã được xác định trước. Trong quá trình vận động của một con lũ bất kỳ nào đó, bao giờ cũng song song tồn tại sự dịch chuyển về thời gian và sự biến hình. Tính toán truyền lũ trong sông có ý nghĩa rất lớn đối với thực tế sản xuất và đời sống con người. Từ việc dự báo mực nước và lưu lượng lũ, người ta có thể đề ra những biện pháp để phòng chống lũ lụt và lập phương án tháo hoặc trữ nước cho những hồ chứa, trạm thủy điện ..., điều đó đặc biệt quan trọng đối với những thành phố, những khu dân cư đông đúc.

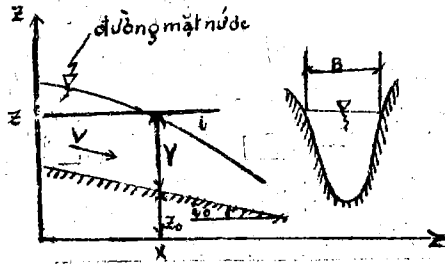
Chuyển động của sóng lũ trong sông ngòi là một dòng không ổn định thay đổi chậm. Cơ sở toán học để tính toán chúng là hệ phương trình Saint - Venant sau đây :

$$V \frac{\partial A}{\partial X} + A \frac{\partial V}{\partial X} + B \frac{\partial Y}{\partial t} = 0 \quad (1) \text{ phương trình liên tục}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial X} = - \frac{V |V|}{M^2 R^{4/3}} \quad (2) \text{ phương trình động lực}$$

- Y : độ sâu (m)
- Z₀ : cao độ đáy sông so với một mặt chuẩn (m)
- B : độ rộng của mặt cắt ướt (m)
- M : hệ số nhám (m^{1/3}.s)
- R : bán kính thủy lực của mặt cắt ướt (m)
- X : khoảng cách (m)
- t : thời gian (s)
- V : tốc độ trung bình mặt cắt (m/s)
- g : gia tốc rơi tự do (m/s²)

Hệ phương trình Saint - Venant ở trên là một hệ phương trình vi phân riêng dạng hyperbolic. Tích phân hệ phương trình này sẽ nhận được đường quá



i_0 : độ dốc đáy sông

i : độ dốc mặt nước

Hình 1 : sơ đồ đoạn sông nghiên cứu

trình mực nước và lưu lượng tại một mặt cắt bất kì nào đó, đồng thời cho phép xác định đường mặt nước tức thời của đoạn sông nghiên cứu tại một thời điểm bất kỳ. Song không thể tìm nghiệm giải tích của hệ phương trình trên được. Vì vậy, trong thủy lực, người ta đã xây dựng những phương pháp số để giải gần đúng chúng. Các phương pháp quen thuộc là phương pháp đặc trưng (với mạng lưới cố định hoặc biến đổi) và phương pháp sai phân (sơ đồ sai phân ẩn và sơ đồ sai phân hiện). Trong các phương pháp này, đường quá trình lưu lượng mực nước tìm được phải phù hợp với điều kiện ban đầu và điều kiện biên cho trước. Ngoài ra cũng cần xác định trước các đặc trưng hình học của mặt cắt (thay đổi của diện tích, độ rộng, bán kính thủy lực và độ nhám của mặt cắt ướt theo mực nước). Trừ sơ đồ sai phân ẩn, còn ở tất cả các sơ đồ khác, khả năng hội tụ của bài toán phụ thuộc vào sự lựa chọn giữa thời đoạn Δt và khoảng cách ΔX tính toán. Nói khác đi, chỉ có thể thu được kết quả đúng khi ΔX và Δt thỏa mãn điều kiện sau :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta X}{V + \sqrt{gY}} \quad (\text{điều kiện Courant})$$

Do đòi hỏi một số lượng lớn số liệu ban đầu và một quá trình tính toán khá công kênh và phức tạp mà chỉ có thể tiến hành được nhờ sự hỗ trợ của máy tính điện tử, nên những phương pháp này ít được nghiên cứu để áp dụng cho dự báo lũ, mà thường được sử dụng phục vụ cho tính toán thiết kế, qui hoạch ...

Trong thủy văn, để tính toán truyền lũ, thông thường người ta sử dụng phương trình liên tục ở dạng sau :

$$Q_V - Q_R = \frac{dS}{dt} \quad (3)$$

S : lượng trữ trong đoạn sông khảo sát, và không chú ý đến biến lượng (2). Tuy nhiên, để thay thế, người ta thừa nhận một quan hệ đơn nhất giữa lượng trữ S trong đoạn sông và lưu lượng :

$$S = f(Q) \quad (4)$$

Quan hệ (4) bao hàm tất cả những tính chất đặc biệt về hình dạng của đoạn sông nghiên cứu thông qua các tham số thích hợp. Căn cứ vào cơ sở trên, đã xuất hiện nhiều phương pháp (mô hình) thủy văn khác nhau như phương pháp kinh nghiệm (phương pháp Muskingum), phương pháp thủy văn hệ. Sự khác nhau cơ bản giữa chúng được thể hiện qua sự lựa chọn dạng của quan hệ (4).

II - Những vấn đề chủ yếu nhất của mỗi phương pháp.

1. Phương pháp Muskingum.

Trong phương pháp này người ta thừa nhận, mối liên hệ giữa lượng trữ S với lưu lượng vào Q_V và lưu lượng ra Q_R của một đoạn sông được biểu thị bằng quan hệ tuyến tính sau :

$$S = K_M [gQ_V + (1-g)Q_R] = K_M Q_S \quad (5)$$

K_M được coi là hằng số trữ. Hệ số gia quyền g không thứ nguyên đặc trưng cho ảnh hưởng của lưu lượng vào và lưu lượng ra đối với lượng trữ của đoạn sông, g chỉ có thể nằm giữa 0 và 1. Thực tế tính toán chỉ ra rằng, g nằm giữa 0 và 0,5, thông thường $g = 0 \sim 0,3$.

Thay thế biểu thức (5) vào phương trình liên tục (3) được :

$$Q_R + K_M(1-g) \frac{dQ_R}{dt} = Q_V - K_M g \frac{dQ_V}{dt} \quad (6)$$

Nếu việc tính toán bất đều được tiến hành từ đúng ổn định với $t = t_0 = 0$ thì $Q_V(t_0) = Q_R(t_0)$. Lúc đó, lời giải tổng quát của phương trình (6) là :

$$Q_R(t) = \frac{Q_V(t_0)}{1-g} \exp\left(-\frac{t}{K_M(1-g)}\right) + \frac{1}{K_M(1-g)^2} \int_0^t Q_V(\tau) \exp\left(\frac{-(t-\tau)}{K_M(1-g)}\right) d\tau - \frac{g}{1-g} Q_V(t) \quad (7)$$

Có thể sử dụng công thức (7) để tính toán hoặc dự báo lũ. Tuy nhiên, trong thực tế người ta vẫn thích dùng công thức (6) dưới dạng sai phân đối với một thời

đoạn Δt , lưu lượng Q_V và Q_R được thay thế bằng trị số trung bình thời đoạn. Khi đó từ (6) ta sẽ có : [1,3,4]

$$\frac{Q_R^t + Q_R^{t-\Delta t}}{2} + K_M(1-g) \frac{Q_R^t - Q_R^{t-\Delta t}}{\Delta t} = \frac{Q_V^t + Q_V^{t-\Delta t}}{2} - K_M g \frac{Q_V^t - Q_V^{t-\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\text{hay : } Q_R^t = C_1 Q_V^t + C_2 Q_V^{t-\Delta t} + C_3 Q_R^{t-\Delta t} \quad (8)$$

trong đó :

$$C_1 = \frac{-K_M g + 0,5 \Delta t}{K_M - K_M g + 0,5 \Delta t}$$

$$C_2 = \frac{K_M g + 0,5 \Delta t}{K_M - K_M g + 0,5 \Delta t}$$

$$C_3 = \frac{K_M - K_M g - 0,5 \Delta t}{K_M - K_M g + 0,5 \Delta t}$$

$$\text{và } C_1 + C_2 + C_3 = 1$$

2. Phương pháp thủy văn hệ.

Trong phương pháp này, đối tượng thủy văn cần nghiên cứu (một lưu vực hay một đoạn sông) được coi là một hệ thủy văn, Vấn đề cần giải quyết ở đây là xác lập mối quan hệ giữa các tín hiệu ra $Q_R(t)$ (tức là quá trình lưu lượng tại mặt cắt ra) và các tín hiệu vào $Q_V(t)$ (tức là quá trình lưu lượng tại mặt cắt vào) của hệ thống dưới dạng :

$$Q_R(t) = U \{ Q_V(t) \} \quad (9)$$

trong đó U là toán tử hệ thống của hệ thủy văn. Trong bài toán dự báo lũ, nhiệm vụ cơ bản chính là việc tìm toán tử U (tức là hàm tập trung của hệ). Khi đã biết

U thì lưu lượng tại mặt cắt ra được tính toán nhờ tích phân căn nguyên quen thuộc.

Tùy theo việc phân loại hệ thủy văn mà có các phương pháp khác nhau để tìm U. Nói chung, người ta phân chia các hệ thủy văn thành 2 loại :

- Hệ tuyến tính (dừng và không dừng).
- Hệ không tuyến tính.

Một hệ tuyến tính dừng có 2 đặc điểm sau :

- a) Có thể cộng lũy tích các hàm ra được hình thành bởi các hàm vào khác nhau.
- b) Tính ổn định của hàm ra, tức là một hàm vào xác định chỉ cho một hàm ra duy nhất. Đối với hệ tuyến tính không dừng, đặc điểm thứ hai mất hiệu lực. Đối với các hệ không tuyến tính cả hai đặc điểm trên đều mất ý nghĩa. Nói khác đi, trong các hệ này tính chất của hàm ra phụ thuộc cả vào độ lớn cũng như thời gian xuất hiện của hàm vào.

Một cách chặt chẽ, toàn bộ các hệ thủy văn đều là không tuyến tính. Song từ những tính toán cụ thể người ta thấy rằng có thể coi rất nhiều hệ thủy văn là tuyến tính dừng mà không phạm phải sai số lớn. Điều đó giảm nhẹ một cách đáng kể khối lượng tính toán. Trên cơ sở của những giả thiết khác nhau, người ta đã xây dựng được nhiều loại mô hình để xác định toán tử U (hàm tập trung) của hệ thủy văn tuyến tính dừng.

III - Những điểm mấu chốt của vài mô hình thông dụng nhất.

1 - Mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính.

Dạng đơn giản nhất của loại mô hình này là coi hệ thủy văn cần khảo sát như một kho chứa tuyến tính đơn nhất. Đặc tính của loại mô hình này là lưu lượng ra Q_R luôn luôn tỉ lệ với lượng trữ S trong nó :

$$S = K_t Q_R(t) \quad (10)$$

Thay (10) vào (3) được : K_t là hằng số trữ.

$$Q_R(t) + K_t \frac{dQ_R(t)}{dt} = Q_V(t)$$

với điều kiện đầu $Q_R = Q_0$ tại thời điểm $t = t_0$, nghiệm tổng quát của phương trình trên là :

$$Q_R(t) = Q_0 \exp \left[- \frac{(t - t_0)}{K_t} \right] + \int_{t_0}^t Q_V(\tau) \frac{1}{K_t} \exp \left[- \left(\frac{t - \tau}{K_t} \right) \right] d\tau \quad (11)$$

Nếu đưa vào mô hình hàm Delta với ý nghĩa là hàm vào $Q_V(\tau) = \delta(\tau)$, ta sẽ nhận được dạng của hàm tập trung như sau : [1,9]

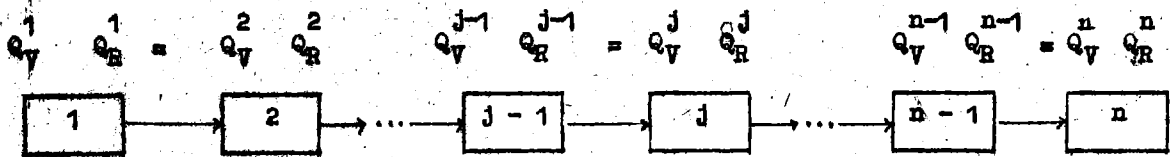
$$h(t) = \frac{1}{K_t} \exp\left(-\frac{t}{K_t}\right) \quad (12)$$

Từ đó, lưu lượng tại mặt cắt ra được xác định nhờ tích phân căn nguyên đã biết :

$$Q_R(t) = \int_0^t Q_V(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (13)$$

Hàm tập trung (12) chỉ chứa một thông số K_t duy nhất. Vì thế, nói chung nó ít phù hợp đối với sông thiên nhiên. Sự hạn chế này được khắc phục trong mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính.

Một mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính bao gồm một chuỗi các kho chứa tuyến tính đơn nhất, trong đó hàm ra của kho này luôn luôn là hàm vào của kho kế sau nó (hình 2).



Hình 2 : Sơ đồ của một mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính.

Nếu như một kho chứa bậc thang tuyến tính bao gồm n kho chứa tuyến tính đơn nhất, và giả thiết rằng chúng có cùng hằng số trữ K thì hàm tập trung của nó sẽ là : [1,9]

$$h_n(t) = \frac{1}{K(n-1)!} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \quad (14a)$$

$$\text{hay } h_n(t) = \frac{1}{K \Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \quad (14b)$$

trong đó $\Gamma(n)$ là hàm Gamma.

2. Mô hình của Kalinin và Milukob (phương pháp độ dài đoạn sông đặc trưng)

Khất phát từ khái niệm cho rằng có thể phân chia một đoạn sông cần nghiên cứu thành các đoạn sông đặc trưng sao cho quan hệ giữa lưu lượng và lượng trữ của chúng là đơn nhất, Kalinin và Milukob đã đi đến công thức xác định lưu lượng tại mặt cắt cửa ra như sau : [2,4]

$$Q_R(t) = C_1 Q_V(t) + C_2 Q_V(t - \Delta t) + C_3 Q_R(t - \Delta t) \quad (15)$$

với :

$$C_1 = 1 - \frac{K_K}{\Delta t} (1 - b)$$

$$C_2 = \frac{K_K}{\Delta t} (1 - b) - b$$

$$C_3 = b = \exp\left(-\frac{\Delta t}{K_K}\right)$$

trong đó K_K là hằng số trữ

Trên quan điểm của thủy văn hệ, nếu giả thiết rằng tất cả các đoạn sông đặc trưng có cùng hằng số trữ K_K thì có thể xác định được hàm tập trung dưới dạng sau: [1,2]

$$h_K(t) = \frac{1}{K_K \Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \quad (16)$$

với n là số đoạn sông đặc trưng

Một cách dễ dàng có thể nhận thấy rằng hàm tập trung (16) xác định theo mô hình của Kalinin và Milukob hoàn toàn trùng hợp với hàm (14). Như thế nghĩa là, về thực chất có thể coi một đoạn sông đặc trưng tương tự như một kho chứa tuyến tính đơn nhất. Vì vậy cũng có thể xác định hàm ra bằng việc sử dụng tích phân nguyên (13).

3. Mô hình vận động khuếch tán.

Xuất phát từ hệ phương trình Saint - Venant và từ giả thiết rằng có thể tuyến tính hóa đường quan hệ mực nước lưu lượng của dòng không ổn định đi đến phương trình có dạng tương tự như phương trình khuếch tán :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + W \frac{\partial q}{\partial x} = G \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad (17)$$

với W : tốc độ truyền sóng

G : hệ số khuếch tán sóng.

Hàm tập trung $h(t)$ chính là hàm ra của hệ trong điều kiện hàm vào là hàm Delta $Q_V(t) = \delta(t)$. Hàm tập trung nhận được sẽ là : [9]

$$h(X, t) = \frac{X}{2t \sqrt{\pi g t}} \exp \left[- \frac{(Wt - X)^2}{4 g t} \right] \quad (18)$$

Như vậy, trong các mô hình thủy văn thuộc về phương pháp thủy văn hệ thì việc xác định hàm ra (tức là đường quá trình lưu lượng tại mặt cắt cửa ra trong bài toán dự báo lũ) qui tụ vào việc tìm hàm tập trung $h(t)$, bởi vì một khi hàm tập trung $h(t)$ đã biết thì có thể tính hàm ra dễ dàng nhờ tích phân căn nguyên (13). Thước chất của việc tìm hàm tập trung $h(t)$ là việc xác định các thông số của nó. Trước khi đi vào vấn đề này cần chú ý rằng, theo quan điểm của thủy văn hệ người ta cũng có thể xác định được hàm tập trung cho phương pháp Muskingum như sau : [4]

$$h_M(t) = \frac{1}{1-g} \exp \left[- \frac{t}{K_M(1-g)} \right] \quad (19)$$

Như vậy, không nhất thiết phải sử dụng công thức (8) mà cũng có thể áp dụng tích phân căn nguyên (13) để xác định lưu lượng tại mặt cắt ra.

IV - Phương pháp xác định thông số trong các mô hình thủy văn

Hàm tập trung của các mô hình thủy văn đã trình bày ở trên nói chung đều bao gồm 2 thông số. Ngoài ra, hàm tập trung của mô hình vận động khuếch tán chứa 3 thông số nếu coi độ dài đoạn sông X cũng đóng vai trò như là một thông số. Việc xác định các thông số trong hàm tập trung có ý nghĩa rất quan trọng. Độ chính xác của nó quyết định chất lượng tính toán dự báo tại mặt cắt ra. Có nhiều phương pháp để tìm chúng. Dưới đây trình bày một vài phương pháp chính.

1. Xác định K_M và g cho phương pháp Muskingum.

Phương pháp đơn giản và quen thuộc nhất là phương pháp thử dần dựa vào biểu thức (5). Từ tài liệu lưu lượng vào và ra đoạn sông khảo sát, giả thiết các giá trị g khác nhau để xây dựng quan hệ $S \sim [S_Q + (1-g)Q_R]$. Trị số g phải tìm là trị số sao cho quan hệ trên là một đường vòng dây hẹp và có thể thay thế bằng một đường thẳng. Hệ số góc của đường này chính là hằng số trừ K_M .

Để loại trừ ảnh hưởng chủ quan trong khi xác định bằng phương pháp thử ở trên, GILL [8] đã đề ra phương pháp số trị như sau :

Giả thiết rằng K_M và g đã biết thì, nhờ quá trình lưu lượng $Q_V(t)$ và công thức (8) có thể tìm được lưu lượng ra $Q_R(t)$. Như vậy, tại mỗi thời điểm tính toán i , tồn tại một sai số Δ_i so với lưu lượng ra thực đo $Q_R^d(i)$. Trị số K_M và g là phải tìm sao cho tổng của bình phương sai số là nhỏ nhất :

$$\sum_{i=1}^n \Delta_1^2 = \sum_{i=1}^n \left[Q_R^d(i) - Q_R^t(i) \right]^2 \longrightarrow \text{Minimum} \quad (20)$$

Giả thiết rằng phương trình đường lượng trữ cho phương pháp Muskingum có thể biểu diễn dưới dạng tổng quát :

$$S = K_M \left[gQ_V(t) + (1-g) Q_R(t) \right]^m + C \quad (21)$$

trong đó S là lượng trữ tương đối; $Q_V(t)$ và $Q_R(t)$ là lưu lượng vào và ra tương đối (không tính đến lưu lượng cơ sở), m là số mũ; C là hiệu số giữa lượng trữ tuyệt đối và tương đối.

Quan hệ trên là tuyến tính khi $m = 1$:

$$S = K_M \left[gQ_V(t) + (1-g) Q_R(t) \right] + C$$

hay $S = K_M g Q_V(t) + K_M (1-g) Q_R(t) + C$

$$S = A Q_V(t) + B Q_R(t) + C \quad (22)$$

Gọi δ_1 là hiệu số giữa lượng trữ thực đo S'_1 và lượng trữ tính toán S_1 tại thời điểm 1, ta có :

$$\delta_1 = S'_1 - S_1 = S'_1 - [A Q_V(1) + B Q_R(1) + C]$$

$$\delta_2 = S'_2 - S_2 = S'_2 - [A Q_V(2) + B Q_R(2) + C]$$

$$\delta_n = S'_n - S_n = S'_n - [A Q_V(n) + B Q_R(n) + C]$$

Để thỏa mãn điều kiện (20) thì các hệ số A, B và C sẽ được xác định bằng hệ phương trình sau :

$$\sum_{i=1}^n S'_i - A \sum_{i=1}^n Q_V(i) - B \sum_{i=1}^n Q_R(i) - nC = 0$$

$$\sum_{i=1}^n S_i Q_V(1) - A \sum_{i=1}^n Q_V(1) - B \sum_{i=1}^n Q_V(1) Q_R(1) - \sigma \sum_{i=1}^n Q_R(1) = 0 \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^n S_i Q_R(1) - A \sum_{i=1}^n Q_V(1) Q_R(1) - B \sum_{i=1}^n Q_R^2(1) - \sigma \sum_{i=1}^n Q_R(1) = 0$$

Từ đó tìm K_M và g theo hệ sau :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{S}{1-S} &= \frac{A}{B} \\ K_M &= A + B \end{aligned} \right. \quad (24)$$

2. Xác định K_K và n của mô hình Kalinin - Milukob .

Trong quá trình dẫn xuất đến các biểu thức tính toán cuối cùng, Kalinin và Milukob đã đề ra công thức độ dài đoạn sông đặc trưng như sau :

$$l = \frac{Q_0}{i_0 \left(\frac{\Delta Q}{\Delta Y} \right)_0} \quad (25)$$

Q_0, i_0 : lưu lượng và độ dốc trong điều kiện ổn định

$\Delta Q, \Delta Y$: biến đổi lưu lượng và mực nước trong điều kiện ổn định.

Nhờ công thức (25), việc xác định độ dài đoạn sông đặc trưng được tiến hành rất thuận tiện bởi vì trong nó chỉ chứa đựng các yếu tố thủy lực của dòng ổn định có thể đo đạc một cách dễ dàng. Như vậy, số đoạn sông đặc trưng n của 1 đoạn sông dài X sẽ là :

$$n = \frac{X}{L}$$

Hằng số trừ K_K được xác định bằng cách phối hợp với một phương pháp khác - chẳng hạn phương pháp mô men.

3. Phương pháp mô men.

Phương pháp mômen là phương pháp quen thuộc trong thống kê dùng để đánh giá.

các tham số của hàm phân bố. Người ta cũng có thể sử dụng để xác định các thông số trong các mô hình thủy văn. Vấn đề là ở chỗ thừa nhận (một cách gần đúng) sự phù hợp của hàm đo được đã biết với một hàm giải tích nào đó.

Mô men trung tâm bậc r của một hàm $f(t)$ được xác định theo công thức sau :

$$M_r = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t-\bar{t})^r f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt} \quad (26a)$$

trong đó \bar{t} là tọa độ trọng tâm của đường biểu diễn hàm $f(t)$, Đặc biệt mômen gốc bậc 1 của hàm $f(t)$ là :

$$\bar{M}_1 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t f(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt} \quad (27a)$$

Nếu $f(t)$ là một hàm rời rạc bao gồm n điểm thì có thể xác định mômen trung tâm bậc r và mômen gốc bậc một của hàm $f(t)$ theo các công thức sau :

$$M_r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^r f(t_i) \Delta t}{\sum_{i=1}^n f(t_i) \Delta t} \quad (26b)$$

$$\bar{M}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i f(t_i) \Delta t}{\sum_{i=1}^n f(t_i) \Delta t} \quad (27b)$$

Có thể áp dụng phương pháp mômen này để xác định các thông số của hàm tập trung trong các mô hình thuộc về phương pháp thủy văn hệ. Như một ví dụ đại biểu ở đây trình bày việc xác định cho mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính (hoặc là mô hình của Kalinin - Milukob)

Mômen gốc bậc một của hàm tập trung $h_n(t)$ (14) hay (15) là :

$$\int_0^{\infty} h_n = \int_0^{\infty} \frac{t}{K \Gamma(n)} \left(\frac{t}{K} \right)^{n-1} e^{-\frac{t}{K}} dt = K n \quad (28)$$

(Chú ý rằng với $t < 0$ thì $h_n(t) = 0$). Giá trị của mômen gốc bậc 1 chính là

tọa độ trung bình \bar{t} của trọng tâm hàm $h_n(t)$. Ví thế, mômen trung tâm bậc 2 sẽ là:

$$\int h_2 = \int_0^{\infty} \frac{(t - Kn)^2}{K \Gamma(n)} \frac{t^{n-1}}{K} e^{-\frac{t}{K}} dt = K^2 n \quad (29)$$

Từ (28) và (29) rút ra :
$$K = \frac{\int h_2}{\int h_1}$$

$$n = \frac{\int h_1^2}{\int h_2} \quad (30)$$

$\int h_1$ và $\int h_2$ được tính theo công thức sau của NASH nhờ đường quá trình lưu lượng thực đo tại mặt cắt vào và ra :

$$\int h_1 = \int_{Q_V}^1 - \int_{Q_R}^1$$

$$\int h_2 = \int_{Q_V}^2 - \int_{Q_R}^2 \quad (31)$$

$\int_{Q_V}^1, \int_{Q_R}^1$: mômen gốc bậc một của lưu lượng vào và ra

$\int_{Q_V}^2, \int_{Q_R}^2$: mômen trung tâm bậc 2 của lưu lượng vào và ra.

Việc tính toán bằng số để xác định mômen gốc và mômen trung tâm của đường quá trình lưu lượng vào và ra được tiến hành dễ dàng bằng tay hoặc trên máy tính điện tử. Tuy nhiên, việc tính toán này thường mang lại kết quả kém chính xác, nhất là đối với mômen trung tâm bậc hai, do việc lựa chọn và phân cắt đường quá trình lưu lượng. Chính vì vậy, phương pháp này cũng ít được áp dụng trong thực tiễn.

4. Phương pháp tối ưu.

Để khắc phục ảnh hưởng của nhân tố chủ quan trong khi xác định các thông số của hàm tập trung trong các mô hình đã trình bày ở trên, có thể sử dụng phương pháp tối ưu (tối ưu số hoặc tối ưu kinh nghiệm), nhờ phương pháp này, người ta có thể lựa chọn được những giá trị chính xác khi đã xác định hàm mục tiêu (hay hàm đích) F. Việc lựa chọn hàm mục tiêu F phụ thuộc chủ yếu vào bài toán cụ thể cần phải giải quyết cũng như phương pháp tối ưu được lựa chọn.

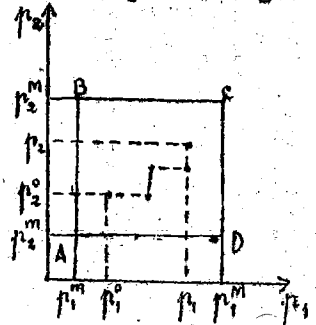
Để tìm giá trị tối ưu, hàm mục tiêu F phải được lựa chọn sao cho nó thể hiện được mối liên hệ hiện với các thông số riêng rẽ. Thông thường người ta chọn tổng bình phương của sai số giữa lưu lượng thực đo tại mặt cắt ra và lưu lượng tính toán làm hàm mục tiêu.

Như vậy, giá trị tối ưu là trị số để biểu thức (20) được thỏa mãn. Có nhiều phương pháp tối ưu (phương pháp gradian phương pháp nửa tuyến tính). Ở đây chỉ trình bày một phương pháp đơn giản nhất của phương pháp tối ưu số, đó là phương pháp tìm song song với các trục tọa độ. Để đơn giản giả sử ta phải tìm giá trị tối ưu của hệ gồm 2 thông số p_1 và p_2 (hình 3).

Trước hết xác định phạm vi thay đổi có thể của p_1 và p_2 . Đó là mặt phẳng Z được giới hạn bởi 4 điểm :

$$A (p_1^m, p_2^m); B (p_1^m, p_2^M);$$

$$C (p_1^M, p_2^M); D (p_1^M, p_2^m),$$



Hình 3- Sơ đồ quá trình tối ưu

Bắt đầu chọn 1 cặp giá trị (p_1^0, p_2^0) , dĩ nhiên cặp giá trị này phải nằm trong mặt phẳng Z , từ đó xác định được $F_0 = F(p_1^0, p_2^0)$. Sau đó biến đổi thông số, chẳng hạn p_1 , một lượng Δp_1 . Lại tính $F_1 = F(p_1^0 + \Delta p_1, p_2^0)$. Nếu $F_0 > F_1$ thì tiếp tục tính.

$$F_2 = F(p_1^0 + 2 \Delta p_1, p_2^0) \quad F_1 > F_2$$

$$F_3 = F(p_1^0 + 3 \Delta p_1, p_2^0) \quad F_2 > F_3$$

Quá trình cứ tiếp tục cho đến khi không thể tìm được $F_n > F_{n+1}$. Lúc đó việc tính toán sẽ chạy dọc theo hướng p_2 . Cứ như vậy cho đến khi không tìm được những giá trị làm cho hàm mục tiêu F nhỏ hơn nữa. Cặp (p_1, p_2) chính là trị số tối ưu phải tìm.

Nhược điểm cơ bản của phương pháp này là tốn thời gian đo có khối lượng tính toán lớn vì quá trình tính luôn luôn phải chạy dọc theo các trục tọa độ. Khối lượng tính toán sẽ tăng lên rất nhanh nếu hệ gồm nhiều thông số. Tuy vậy, điều này có thể khắc phục được bằng việc tiến hành trên máy tính điện tử. Ưu điểm chính của phương pháp này là rất đơn giản, hơn nữa, phạm vi ứng dụng của chúng rất rộng rãi bởi vì có thể dùng chúng để xác định thông số cho tất cả các mô hình thủy văn và cũng ngay trong quá trình tìm giá trị tối ưu, có thể phân tích được ảnh hưởng của các thông số đối với biến hình sóng lũ.

V - Một số kết quả tính.

Trong phần này chỉ giới thiệu một vài kết quả xác định thông số của 3 mô hình : phương pháp Muskingum, mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính hoặc mô hình Kalinin - Milukob và mô hình vận động khuếch tán, bằng phương pháp tối ưu cho 5 con lũ trên một đoạn sông En - bơ dài 32km. Mặt phẳng giới hạn của các thông số, các giá trị ban đầu và giá trị tối ưu tìm được trình bày ở bảng dưới đây. Chú ý rằng, thời gian tính trên máy sẽ được rút ngắn nếu như các giá trị ban đầu gần với giá trị tối ưu phải tìm. Điều đó phụ thuộc vào kinh nghiệm của người tính toán.

Các giá trị ban đầu lựa chọn và giá trị tối ưu cho phương pháp Muskingum.

Lũ	K_M^{max}	K_M^{min}	g_{max}	g_{min}	K_M^0	g^0	K_M	g
362	50	1	0,5	0	25	0,2	8,1	0,02
1265	50	1	0,5	0	25	0,2	7,5	0,10
1267	50	1	0,5	0	25	0,2	15,0	0,01
174	50	1	0,5	0	25	0,2	12,4	0,15
777	50	1	0,5	0	25	0,2	9,4	0,15

Các giá trị ban đầu lựa chọn và giá trị tối ưu cho mô hình kho chứa bậc thang tuyến tính.

Lũ	K_{nLX}^{max}	K_{nLX}^{min}	n_{max}	n_{min}	K^0	n^0	K^0	n
362	30	5	3	0,2	20	1,2	7,3	0,40
1265	30	5	3	0,2	20	1,2	8,7	0,51
1267	30	5	3	0,2	20	1,2	18,3	0,22
174	30	5	3	0,2	20	1,2	16,5	0,32
777	30	5	3	0,2	20	1,2	11,4	0,38

Các giá trị ban đầu lựa chọn và giá trị tối ưu cho mô hình vận động khuếch tán.

Lũ	w_{max}	w_{min}	q_{max}	q_{min}	w^0	q^0	W	G
362	10	35	10	1	3	10	3,8	10,6
1265	10	35	10	1	3	10	4,1	11,8
1267	10	35	10	1	3	15	2,0	23,0
174	10	35	10	1	3	15	2,7	21,0
777	10	35	10	1	3	15	3,5	22,1

Thông qua quá trình tối ưu (tức là quá trình tính toán với các thông số mà giá trị của nó luôn luôn được thay đổi một lượng Δp nhất định nào đó) có thể thấy rằng sự thay đổi của thông số g , n và G gây ra sự thay đổi không đáng kể đối với dạng lũ so với sự thay đổi của K_M , K và W . Nói cách khác, độ chính xác của việc tính toán lưu lượng tại cửa ra phụ thuộc chủ yếu vào chất lượng xác định các thông số K_M , K (hoặc K_K) và W .

Từ kết quả tính toán và dự báo thử cho một vài con lũ chứng tỏ rằng việc xác định thông số cho các mô hình thủy văn bằng phương pháp tối ưu cho kết quả chính xác hơn so với việc xác định theo các công thức được đưa ra trong quá trình diễn xuất của mô hình. Tuy nhiên, có thể sử dụng những trị số này như là trị số ban đầu cho quá trình tối ưu. Bằng cách đó sẽ làm giảm một cách đáng kể số lần tính thử. Do đó rút ngắn được thời gian tính toán trên máy tính điện tử.

Tài liệu tham khảo :

1. Becker A. và Glos E. Grundlage der Systemhydrologie. Verlag für Bauwesen Berlin.
2. Rosemann H. và Verdal J. DasKalinin - Miljukob - Verfahren zur Berechnung des Ablaufes von Hochwasserwellen - Schriftenreihe der Bayerischen Landesstelle für Gewässerkunde.
3. Euler G. và Koussis A. Berechnung von Hochwasserläufen mit Näherungsverfahren und ihre Anwendung. Wasserwirtschaft, H. 8 Stuttgart.
4. Seus G.J. và Rösl G. Hydrologische Verfahren zur Berechnung des Hochwasserwellen - Ablaufes in Flüssen. Brichschmidt - Verlag München.
5. Dyck s. Angewandte Hydrologie - Verlag für Bauwesen, Berlin.
6. Lehrbrief der TU Dresden. Niederschlag - Abflussbeziehungen - Wasserhaushalt - VEB Verlag Technik.
7. Rosemann H. Die Hochwasservorhersage auf Grundlage eines mathematischen Niederschlag - Abfluß - Modells. Schriftenreihe des Bayerischen Landesamtes für Wasserwirtschaft - München
8. Gill M.A. Flood routing by the Muskingum - Method. Journal of hydrolog.
9. Ngô Trọng Thuận Beitrag zur Entwicklung praktisch nutzbarer Verfahren für die Abfluvvorhersage - und Simulation in Flüssen. Dissertation A 1979.