

CÔNG CỤ TOÁN HỌC CỦA MÔ HÌNH TRIỀU HÀ LAN

Nguyễn Ngọc Huân
(Viện KTTV)

Bài toán tính triều ở hệ thống sông nói chung và ở châu thổ sông Cửu Long nói riêng là một vấn đề rất quan trọng và cần thiết đối với nhiều ngành kinh tế quốc dân. Đối với nông nghiệp, nó giải quyết vấn đề tính lượng nước ngọt ở thượng nguồn phân phối vào các nhánh sông dưới ảnh hưởng của thủy triều khi chụ và sẽ xây dựng các công trình thủy lợi, làm cơ sở cho các bài toán tính triều mặn, tính lượng phù sa và các hợp chất khác. Đối với ngành giao thông vận tải, nó cho phép tính mực nước ròng sát thấp nhất trên toàn bộ chiều dài sông ở điều kiện bất lợi nhất cho giao thông đường sông v.v.

Ở châu thổ sông Cửu Long về mùa cạn dòng chảy chảy trong một mạng lưới sông và kênh rạch khá rất phức tạp và chịu ảnh hưởng của thủy triều ở biển đông và vịnh Thái Lan với hai chế độ triều khác nhau. Đặc điểm này là một trong những đặc điểm nổi bật nhất làm cho đồng bằng sông Cửu Long trở thành một trong những đồng bằng châu thổ đặc trưng trên thế giới và là một đối tượng hấp dẫn và lý thú đối với các nhà thủy văn. Năm 1973 Đoàn chuyên gia Hà Lan đã lập mô hình dòng chảy mùa cạn cho đồng bằng sông Cửu Long. Đầu năm 1978 khi bắt đầu triển khai đề tài nghiên cứu tài nguyên nước một đồng bằng sông Cửu Long, chúng tôi đã đặt vấn đề khôi phục lại mô hình này. Song song với việc thử lại chương trình máy tính cũ do Ủy ban sông Mekong gửi tặng năm 1978, chúng tôi đã xây dựng lại một chương trình mới. Kết quả chạy cũng một lúc 2 chương trình trong năm 1979 trên máy tính IBM - 360 - 40 cho thấy kết quả tính của chương trình cũ không bảo đảm điều kiện liên hợp (sẽ nói sau) và sai lệch so với thực tế, còn chương trình mới cho kết quả tương đối tốt. Trong bài này chúng tôi giới thiệu một số công cụ toán học cơ bản của mô hình làm cơ sở cho việc trình bày các kết quả tính toán và ý đồ khai thác mô hình sau này.

Hệ phương trình cơ bản của mô hình :

Chuyển động triều trong sông được mô tả trong mô hình bằng hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng Kanh-Venăng dưới dạng sau :

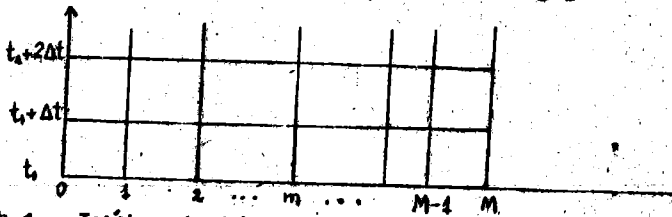
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q}{\partial x} = -B \frac{\partial h}{\partial t} \pm Q_1 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{gA} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q}{gA^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q |Q|}{C^2 A^2 R} \end{array} \right. \quad (2)$$

Trong đó Q - lưu lượng dòng chảy (m^3/s); u - mực nước (m); Q_1 - lưu lượng gia nhập và mất mát dọc đường trên một đơn vị chiều dài (m^2/s); B - độ rộng lòng sông (m); A - diện tích mặt cắt ướt (m^2); C - hệ số Sêgê ($m^{1/2}/s$); R - bán kính thủy lực hoặc độ sâu trung bình của mặt cắt dòng chảy (m).

2. Hệ phương trình sai phân của một nhánh sông.

Giả sử ta có lưới sai phân của một nhánh sông gồm M đoạn sông như sau : (xem hình 1).



Hình 1 - Lưới sai phân.

Tích phân (1) và (2) theo x và sai phân $\frac{\partial Q}{\partial t}$, $\frac{\partial h}{\partial t}$ theo công thức :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_m \approx \frac{F_m - F_m}{\Delta t}$$

(ở đây " " chỉ thời điểm sau) ta nhận được hệ phương trình sai phân sau :

$$H'_{m+1} - H'_m + \eta_m Q'_{m+1} + \eta_m Q'_m = f'_m \quad (5)$$

(phương trình chuyển động)

$$\delta_m (H'_{m+1} + H'_m) + Q'_{m+1} - Q'_m = f_m \quad (6)$$

(phương trình liên tục)

Trong đó :

$$\eta_m = \frac{(\Delta x)_m}{2 \Delta t \epsilon A_m} + \frac{(\Delta x)_m |Q_{m+1} + Q_m|}{4 C_m^2 A_m^2 R_m} + \frac{Q_{m+1} - Q_m}{g A_m^2} \quad (5)$$

$$\mu_m = \frac{(\Delta x)_m}{2 \Delta t g A_m} (Q_{m+1} + Q_m) \quad (6)$$

$$\delta_m = \frac{B'_m (\Delta x)_m}{2 \Delta t} \quad (7)$$

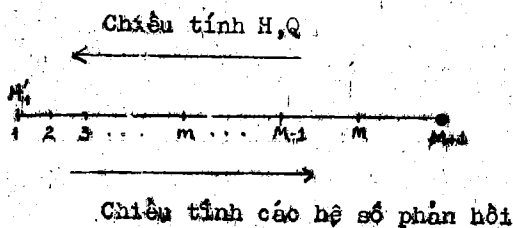
$$f'_m = \frac{B'_m (\Delta x)_m}{2 \Delta t} (H_{m+1} + H_m) - Q_{1m} \quad (8)$$

Đối với từng loại nhánh sông (theo cách phân loại trên) có các phương trình phản hồi và các công thức tính các hệ số phản hồi tương ứng dưới đây: (xem dẫn xuất cũng trong tài liệu tham khảo).

Nhánh loại 1. Hệ phương trình phản hồi :

$$H'_{m+1} = P_{m+1} Q'_{m+1} + r_{m+1} \quad (9)$$

$$Q'_m = a_{m+1} H'_{m+1} + t_{m+1} Q'_{m+1} + s_{m+1} \quad (10)$$



Trong đó các hệ số phản hồi được tính như sau :

$$Q'_{m+1} = \frac{1}{Q_{m+1} - P_m}$$

$$t_{m+1} = \frac{Q_{m+1}}{Q_{m+1} - P_m}$$

$$s_{m+1} = \frac{f_{m+1} + r_m}{Q_{m+1} - P_m}$$

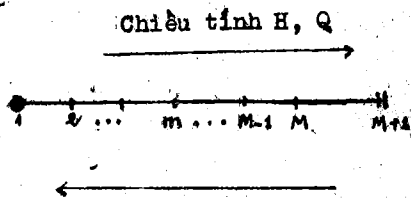
$$P_{m+1} = \frac{t_{m+1} (1 - \gamma_{m+1} P_m) - 1}{\text{DIVISR}} \quad (11)$$

$$r_{m+1} = \frac{s_{m+1} + f_{m+1} - \gamma_{m+1} (P_m s_{m+1} + r_m)}{\text{DIVISR}}$$

$$\text{DIVISR} = \gamma_{m+1} (1 + P_m a_{m+1}) - a_{m+1}$$

Với $m = 1, 2, \dots, M$ và $p_1 = 0, r_1 = H'_1$

Nhánh loại 2 :



Hệ phương trình phản hồi là :

$$Q'_m = p_m H'_m + r_m \quad (12)$$

$$H'_{m+1} = q_m H'_m + t_m Q'_m + S_m \quad (13)$$

Chiều tính các hệ số phản hồi.

Trong đó các hệ số phản hồi được tính theo các công thức sau :

$$q_m = \frac{1}{1 + \eta_m p_{m+1}}$$

$$t_m = - \frac{\eta_m}{1 + \eta_m p_{m+1}}$$

$$S_m = \frac{f'_m - \eta_m r_{m+1}}{1 + \eta_m p_{m+1}} \quad (14)$$

$$p_m = \frac{\gamma_m + q_m (\gamma_m + p_{m+1})}{\text{DIVISR}}$$

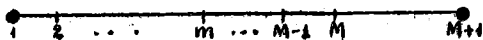
$$\text{DIVISR} = 1 - t_m (\gamma_m + p_{m+1})$$

Với $m = M, M-1, \dots, 3, 2, 1$ và $p_{M+1} = 0, r_{M+1} = Q'_{M+1}$.

Nhánh loại 3.

Đầu tiên giả sử đã biết mực nước tại đầu nhánh sông (H'_1). Khi đó ta có hệ phương trình phản hồi sau :

Chiều tính H, Q



Chiều tính các hệ số phản hồi.

$$H'_{m+1} = p_{m+1} Q'_{m+1} + q_{m+1} H'_1 + r_{m+1} \quad (15)$$

$$Q'_m = q_{m+1} H'_{m+1} + t_{m+1} Q'_{m+1} + d_{m+1} H'_1 + S_{m+1} \quad (16)$$

Ở đây các hệ số phản hồi được tính như sau :

$$q_{m+1} = - \frac{1}{\eta_{m+1} - p_m}$$

$$t_{m+1} = - \frac{\zeta_{m+1}}{\eta_{m+1} - p_m}$$

$$d_{m+1} = \frac{c_m}{\eta_{m+1} - p_m}$$

$$s_{m+1} = \frac{\mu_{m+1} + r_m}{\eta_{m+1} - p_m}$$

(17)

$$p_{m+1} = \frac{t_{m+1}(1 - \gamma_{m+1} p_m) - 1}{\text{DIVISOR}}$$

$$c_{m+1} = \frac{-\gamma_{m+1}(p_m d_{m+1} + c_m) + d_{m+1}}{\text{DIVISOR}}$$

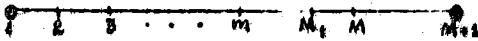
$$r_{m+1} = \frac{-\gamma_{m+1}(p_m s_{m+1} + r_m) s_{m+1} + \mu_{m+1}}{\text{DIVISOR}}$$

Với $a = 1, 2, \dots, M$ và $p_1 = 0, c_1 = 1, r_1 = 0$

Sau đó lại giả sử đã biết mực nước tại cuối nhánh sông (H_{M+1}'). Khi đó ta có hệ phương trình phản hồi sau :

Chiều tính H, Q

(không nhất thiết)



Chiều tính các hệ số phản hồi.

$$H_m' = p_m Q_m' + c_m H_{M+1}' + r_m \quad (18)$$

$$Q_{m+1}' = a_m H_m' + t_m Q_m' + d_m H_{M+1}' + s_m \quad (19)$$

Trong đó các hệ số phản hồi (có thêm dấu " ' " ở trên để phân biệt với trường hợp tính từ đầu nhánh đến cuối nhánh) được tính như sau :

$$q'_m = \frac{1}{\eta'_m + p'_{m+1}}$$

$$t'_m = \frac{\eta'_m}{\eta'_m + p'_{m+1}}$$

$$s'_m = \frac{f'_m - r'_{m+1}}{\eta'_m + p'_{m+1}}$$

(20)

$$d'_m = \frac{-c'_{m+1}}{\eta'_m + p'_{m+1}}$$

$$p'_m = \frac{t'_m (1 + \gamma'_m p'_{m+1}) - 1}{\text{DIVISOR}}$$

$$c'_m = \frac{\gamma'_m (p'_{m+1} d'_{m+1} + c'_{m+1}) + d'_m}{\text{DIVISOR}}$$

$$r'_m = \frac{\gamma'_m (p'_{m+1} s'_{m+1} + r'_{m+1}) + s'_m - f'_m}{\text{DIVISOR}}$$

Với $p'_{M+1} = 0$, $r'_{M+1} = 0$, $c'_{M+1} = 1$ và $m = M, M-1, \dots, 2, 1$.

Như vậy ta thấy đối với nhánh sông loại 1 ta mới chỉ biết mực nước tại đầu nhánh sông, đối với nhánh sông loại 2 chỉ biết lưu lượng tại cuối nhánh sông, còn đối với nhánh loại 3 ta chưa biết gì tại đầu và cuối nhánh sông. Để tính được các giá trị mực nước và lưu lượng tại các mặt cắt theo các công thức (9), (10), (12), (13), (15) và (16) cần phải tính các giá trị mực nước tại các điểm nối sông. Điều này có thể làm được nhờ sử dụng điều kiện liên hợp tại các điểm nối sông.

4. Điều kiện liên hợp, hệ phương trình các điểm nối sông và cách giải.

Tại các điểm nối sông cần thỏa mãn điều kiện liên hợp, nghĩa là tổng lưu lượng của các nhánh sông đổ vào điểm nối là bằng không và mực nước tại đầu và cuối các nhánh sông gặp nhau tại điểm nối là bằng nhau. Từ (9), (12), (18), và (16) ta có các phương trình điểm nối sau :

+ Đối với nhánh sông loại 1 : (nhánh sông i, điểm nối m).

$$1/p_{m,i} H_m = Q'_{m,i} + r_{m,i} / p_{m,i} \quad (21)$$

(tại cuối nhánh)

+ Đối với nhánh sông loại 2 :

$$- P_{m,i} H'_m = - Q'_{m,i} + r_{m,i} \quad (22)$$

(tại đầu nhánh)

+ Đối với nhánh sông loại 3 :

a) Điểm đầu nhánh đổ vào điểm nối :

$$- 1/P_{m,i} \cdot H'_m = - Q'_{m,i} - c'_{m,i}/P_{m,i} \cdot H'_{\text{điểm nối}} - R'_{m,i}/P_{m,i} \quad (23)$$

b) Điểm cuối nhánh đổ vào điểm nối :

$$1/P_{m,i} \cdot H'_m = Q'_{m,i} + c_{m,i}/P_{m,i} \cdot H'_{\text{điểm đầu}} + r_{m,i}/P_{m,i} \quad (24)$$

Phối hợp các phương trình (21) - (24) ta triệt tiêu được các $Q'_{m,i}$ và thu được một phương trình với một ẩn là mực nước tại điểm nối. Có bao nhiêu điểm nối thì có bấy nhiêu phương trình điểm nối tạo thành hệ phương trình điểm nối của mạng sông. Tổng quát có thể viết phương trình điểm nối cho điểm nối thứ m như sau :

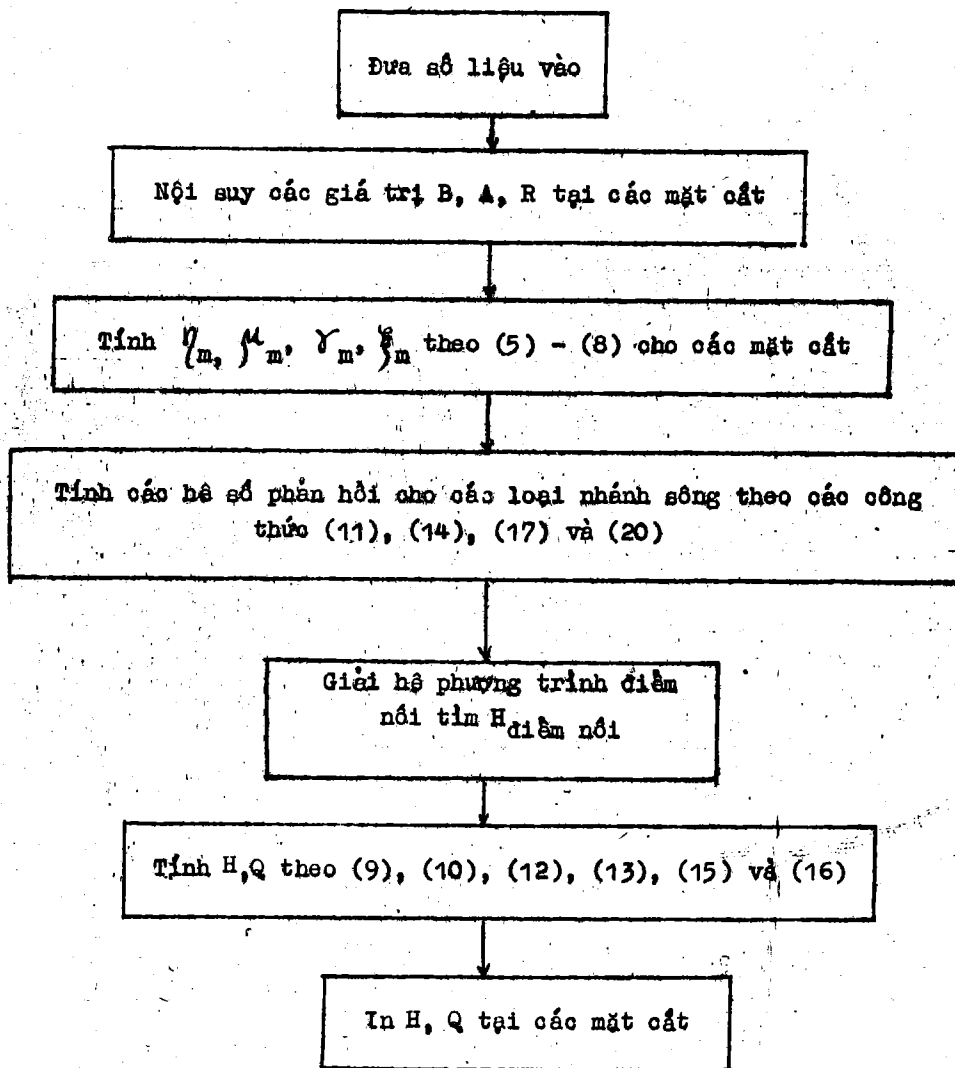
$$DIV_m \cdot H'_m = \sum_{i=\min}^{m-1} CR_{m,i} H'_i + \sum_{i=m+1}^{\max} CR_{m,i} \cdot H'_i + QQR_m \quad (25)$$

Trong đó các hệ số DIV_m , $CR_{m,i}$, QQR_m được tính theo các phương trình (21)-(24). Ở đây m - số hiệu điểm nối, i - số hiệu điểm nối ở trước hoặc sau m .

Nếu viết hệ phương trình điểm nối theo cách ma trận ta có :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \cdot \mathbf{x} = \begin{vmatrix} H'_1 \\ H'_2 \\ \vdots \\ H'_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{vmatrix} \quad (26)$$

Trong đó ma trận (a_{ij}) rất rộng. Hệ phương trình (26) có thể giải bằng cách khử, đưa ma trận (a_{ij}) về dạng ma trận tam giác. Sau khi tìm được mực nước tại các điểm nối theo (9), (10), (12), (13), (15) và (16) ta tính được các giá trị mực nước và lưu lượng tại các mặt cắt. Có thể mô tả quá trình một bước tính bằng sơ đồ khối tổng quát sau (xem hình 3).



Hình 3. Sơ đồ khối tổng quát của mô hình

5) Số liệu cần để chạy mô hình :

a) Điều kiện bờ :

+ Điều kiện ban đầu : Cần cho trước trạng thái dòng chảy tại thời điểm ban đầu : H, Q tại tất cả các mặt cắt. Điều kiện này có thể cho gần đúng và sai số sẽ dần dần mất đi trong quá trình tính. Đây là ưu điểm nổi bật của phương pháp.

+ Điều kiện biên : Điều kiện biên là quá trình mực nước và lưu lượng theo thời gian trong suốt quá trình tính với thời đoạn $\Delta t = 5$ phút. Với thời đoạn như vậy có thể không cần tính lặp để tiết kiệm giờ máy. Ngoài ra nếu có thể cho các giá trị Q_1 (lưu lượng gia nhập hoặc mất mát dọc đường trên một đơn vị chiều dài) tại các đoạn sông ở các thời điểm tính.

b) Các yếu tố thủy lực :

Bao gồm :

- Diện tích mặt cắt ướt (A) của các mặt cắt cho theo cấp mực nước.
- Bán kính thủy lực (R) hoặc độ sâu trung bình của các mặt cắt cho theo cấp mực nước.
- Chiều rộng mặt nước của các mặt cắt cho theo cấp mực nước (B).
- Hệ số Manning của từng đoạn sông
- Chiều dài của từng đoạn sông.

Trong mô hình sông Cửu Long các giá trị A, R, B cho theo tám cấp mực nước từ - 2.50m đến 1.00m theo cao độ NGV. Các điều kiện biên ở các cửa sông thì được nội suy theo chênh lệch cao độ mực nước giữa Vũng Tàu và Mỹ Thạnh.

Toàn bộ hệ thống sông Cửu Long bao gồm 195 mặt cắt (152 đoạn sông). Các điều kiện biên bao gồm quá trình mực nước tại 8 cửa sông (biên dưới) và tại Nông pênh (biên trên). Nếu không có số liệu tại Nông pênh có thể lấy quá trình mực nước tại Tân Châu và Châu Đốc. Điều kiện ban đầu có thể cho ở trạng thái tĩnh : mực nước tại tất cả các mặt cắt là bằng nhau và lưu lượng ở các mặt cắt là bằng không.

Với một hệ thống sông lớn như sông Cửu Long chạy một quá trình 36 tiếng với thời đoạn $\Delta t = 5$ phút mất khoảng một giờ máy tính. Kết quả tính bước đầu cho thấy mô hình tương đối phù hợp với thực tế và hoàn toàn có khả năng đáp ứng các nhu cầu mà thực tế đòi hỏi. Trong bài sau chúng tôi sẽ trình bày một số kết quả tính toán và những khả năng ứng dụng thực tế của mô hình.

Tài liệu tham khảo

D. Van Parreeren, Computer program on one - dimensional tidal model of the Mekong delta.