

**D ự   b á o   l ũ**  
**BẢNG PHƯƠNG PHÁP MUSKINGUM**

Ngô Trọng Thuận  
(Viện KTTV)

**I- Mở đầu :**

Chuyển động của sóng lũ trong sông thiên nhiên là một dòng không ổn định thay đổi chậm. Cơ sở toán học để tính toán chúng là hệ phương trình Saint-Venant có dạng như sau : (giả thiết rằng lượng gia nhập trong đoạn sông nghiên cứu là nhỏ có thể bỏ qua ).

$$A \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial A}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (1) \text{ phương trình liên tục}$$

$$\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{V |V|}{MR^{4/3}} \quad (2) \text{ phương trình động lực}$$

trong đó :

- A : Diện tích mặt cắt ướt (m<sup>2</sup>)
- y : Độ sâu (m)
- M : Hệ số nhám (m<sup>1/3</sup>.s<sup>-1</sup>)
- R : Bán kính thủy lực của mặt cắt ướt (m)
- V : Tốc độ (m/s)
- X : Khoảng cách (m)
- t : Thời gian (s)
- g : Gia tốc rơi tự do. (m/s<sup>2</sup>)

Trên cơ sở của phương trình (1) và (2) người ta đã xây dựng được nhiều phương pháp khác nhau để tính toán chuyển động của sóng lũ. Có thể phân chia thành hai loại chính :

- Phương pháp thủy lực : Bằng những giả thiết khác nhau, áp dụng phương pháp số trị nhằm tích phân gần đúng hệ phương trình Saint - Venant trên phù hợp với điều kiện biên và điều kiện ban đầu cho trước.

- Phương pháp thủy văn : Cũng là phương pháp gần đúng. Đặc điểm của phương pháp này là chỉ dựa vào phương trình liên tục trong hệ phương trình Saint-Venant dưới dạng sau :

$$Q_V(t) - Q_R(t) = \frac{dS(t)}{dt} \quad (3)$$

$Q_V(t)$  : lưu lượng vào đoạn sông tính toán tại mặt cắt (1) ở thời điểm  $t$ .

$Q_R(t)$  : lưu lượng ra của đoạn sông tính toán tại mặt cắt (2) ở thời điểm  $t$ .

$S(t)$  : lượng trữ tức thời của đoạn sông tính toán được giới hạn bởi mặt cắt (1) và (2) tại thời điểm  $t$  (xem hình 1).

Phương trình vi phân (3) biểu thị rằng trong đoạn sông nghiên cứu, tại mỗi thời điểm hiệu số giữa lưu lượng vào và lưu lượng ra bằng sự thay đổi của lượng trữ.

Việc tính toán lũ ( dự báo lũ ) có nghĩa là từ đường quá trình lưu lượng vào đã biết  $Q_V(t)$  xác định đường quá trình lưu lượng  $Q_R(t)$ . Nếu chỉ căn cứ vào phương trình liên tục (3) chưa đủ giải quyết vấn đề trên. Bởi vậy người ta thường xây dựng một phương trình thứ hai biểu thị mối quan hệ giữa lượng trữ  $S(t)$  và lưu lượng.

$$S(t) = f [Q(t)] \quad (4)$$

Có nhiều phương pháp thủy văn khác nhau. Sự khác biệt giữa chúng thông qua sự lựa chọn dạng của quan hệ (4). Dưới đây trình bày một phương pháp thủy văn quen thuộc được áp dụng rộng rãi trong công tác dự báo lũ.

## II - Phương pháp Muskingum.

1. Sơ lược cơ sở toán học của phương pháp. Trong phương pháp này quan hệ giữa lượng trữ  $S(t)$  và lưu lượng có dạng như sau :

$$S(t) = K [TQ_V(t) + (1-T) Q_R(t)] \quad (5)$$

trong đó  $K$  là hằng số trữ có đơn vị là thời gian.  $K$  chính là thời gian chảy truyền của trọng tâm sóng lũ;  $T$  là nhân tố gia quyền và không có đơn vị  $0 \leq T \leq 1$ . Chú ý rằng, giá trị của  $K$  và  $T$  chỉ phụ thuộc vào các đặc trưng hình thái của đoạn sông nghiên cứu mà không phụ thuộc vào hình dạng và lượng lũ.

Như vậy, nếu thông số  $K$  và  $T$  đã được xác định thì có thể tìm được hàm ra  $Q_R(t)$  nhờ việc hợp giải hệ thống phương trình (3) và (5). Bằng phương pháp sai phân, dẫn đến công thức diễn toán quen thuộc sau :

$$Q_R(t) = C_1 Q_V(t) + C_2 Q_V(t - \Delta t) + C_3 Q_R(t - \Delta t) \quad (6)$$

với

$$C_1 = \frac{-KT + 0,5 \Delta t}{K - KT + 0,5 \Delta t}$$

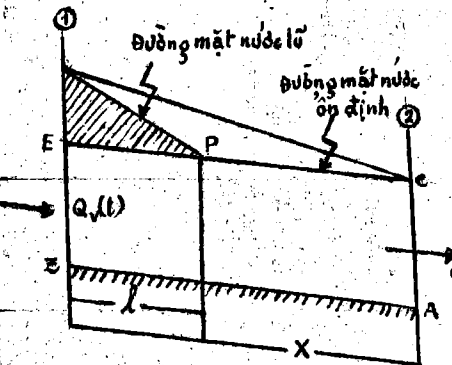
$$C_2 = \frac{KT + 0,5 \Delta t}{K - KT + 0,5 \Delta t}$$

$$C_3 = \frac{K - KT - 0,5 \Delta t}{K - KT + 0,5 \Delta t}$$

trong đó  $\Delta t$  là thời đoạn tính toán

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1 \quad (7)$$

## 2. Sai số hệ thống của phương pháp Muskingum



Hình (1) đồng thời biểu diễn tình hình dòng chảy trong đoạn sông nghiên cứu trong quá trình vận động của sóng lũ. Để đơn giản giả thiết đường mặt nước lũ là đường thẳng, Căn cứ vào hình (1) có thể thấy rằng phương trình (5) cho một lượng trữ tức thời lớn hơn là thực tế trong thời gian sóng lũ mới hình thành, tại mặt cắt dưới còn tồn tại trạng thái ổn định.

Thực vậy, một cách gần đúng ta có :

Hình 1 : Sơ đồ xác định sai số hệ thống cho phương pháp Muskingum.

$$S(t) = K \cdot \frac{1}{X} [TQ_V(t) + (1-T)Q_R(t)] + K \cdot \frac{X-1}{X} Q_R(t) \quad (8)$$

$$= K \left[ \frac{1}{X} TQ_V(t) + \left(1 - \frac{1-T}{X}\right) Q_R(t) \right]$$

Trong khi đó, lượng trữ tính theo (5) sẽ là :

$$S(t) = K [TQ_V(t) + (1 - T) Q_R(t)] \quad (9)$$

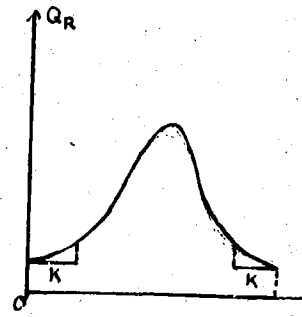
So sánh (8) và (9) thấy rõ rằng  $S(t) > S_{thực}(t)$ . Sự khác nhau này, cũng như sai số do nó gây ra chỉ có thể triệt tiêu trong hai trường hợp sau:

a/ Khi thông số  $T = 0$ . Khi đó phương trình (5) sẽ có dạng :  $S(t) = K Q_R(t)$  (10)

đây là lượng trữ tức thời chỉ đơn thuần phụ thuộc vào lưu lượng ra. Điều này khó có thể xảy ra trong sông thiên nhiên.

b/ Khi  $1 = X$  tức là điểm P là điểm đặc trưng cho trạng thái quá độ từ dòng ổn định sang dòng không ổn định do ảnh hưởng của sóng lũ lan truyền trong đoạn sông, trùng với điểm C. Nói khác đi, sai số chỉ có thể triệt tiêu khi toàn bộ đoạn sông chịu ảnh hưởng của lũ (nghĩa là sau  $K/\Delta t$  thời đoạn tính). Sai số này cũng

xuất hiện trong quá trình lũ xuống khi mà đoạn sông từ trạng thái không ổn định do tác động của lũ chuyển sang trạng thái ổn định (kết thúc sóng lũ). Vì vậy, trong quá trình dự báo, các kết quả tính toán ( $K/\Delta t$ ) trong thời đoạn đầu và cuối lũ được coi là không chính xác.



Hình 2. Phạm vi ảnh hưởng của sai số hệ thống

### 3. Hàm tập trung dòng chảy của phương pháp Muskingum.

Phương pháp Muskingum được trình bày trên thường được coi là một phương pháp kinh nghiệm xuất phát từ việc xác lập quan hệ (5) giữa lượng trữ và lưu lượng vào và ra của đoạn sông. Tuy nhiên, hiện nay trên quan điểm của phương pháp thủy văn hệ, cũng có thể xếp phương pháp Muskingum thuộc vào loại này. Điều đó có nghĩa là có thể tìm được hàm tập trung dòng chảy cho phương pháp Muskingum. Từ đó có thể tiến hành so sánh phương pháp Muskingum với các mô hình khác của hệ thủy văn tuyến tính dùng một cách dễ dàng.

Thực vậy phối hợp (3) và (5) được :

$$\frac{dQ_R(t)}{dt} + \frac{Q_R(t)}{K(1-T)} = \frac{Q_V(t)}{K(1-T)} - \frac{T}{1-T} \frac{dQ_V(t)}{dt} \quad (11)$$

Nếu việc tính toán bắt đầu từ dòng ổn định tại thời điểm  $t = t_0$  và  $Q_V(t_0) = Q_R(t_0) = Q_0$ , thì nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (11) là

$$Q_R(t) = \frac{Q_0}{1-T} e^{-\frac{(t-t_0)}{K(1-T)}} + \frac{1}{K(1-T)^2} \int_{t_0}^t Q_V(\tau) e^{-\frac{(t-\tau)}{K(1-T)}} d\tau - \frac{T}{1-T} Q_V(t) \quad (12)$$

Lại có :

$$TQ_V(t) + (1-T)Q_R(t) = Q_0 e^{-\frac{(t-t_0)}{K(1-T)}} + \frac{1}{K(1-T)} \int_{t_0}^t Q_V(\tau) e^{-\frac{(t-\tau)}{K(1-T)}} d\tau \quad (13)$$

Chú ý rằng  $S_0 = KQ_0$  là lượng trữ tại thời điểm bắt đầu tính toán. Thay (13) vào (5) được :

$$S(t) = S_0 e^{-\frac{(t-t_0)}{K(1-T)}} + \frac{1}{1-T} \int_{t_0}^t Q_V(\tau) e^{-\frac{(t-\tau)}{K(1-T)}} d\tau$$

Sau một vài biến đổi ta được :

$$S(t) - S_0 = \frac{1}{1-T} \int_{t_0}^t [Q_V(\xi) - Q_0] e^{-\frac{(t-\xi)}{K(1-T)}} d\xi$$

Đặt  $S^*(t) = S(t) - S_0$  là lượng trữ gia tăng tại thời điểm  $t$  so với thời điểm ban đầu (lượng trữ trong điều kiện ổn định) và  $Q_V^*(t) = Q_V(t) - Q_0$  là lưu lượng gia tăng tại thời điểm  $t$  so với lưu lượng ổn định ban đầu, ta sẽ có :

$$S^*(t) = \frac{1}{1-T} \int_{t_0}^t Q_V^*(\xi) e^{-\frac{(t-\xi)}{K(1-T)}} d\xi \quad (14)$$

Công thức (14) hoàn toàn phù hợp với tích phân căn nguyên quen thuộc tính lưu lượng ra cho một hệ thủy văn tuyến tính dừng. Như vậy nếu hàm vào là hàm Dirac

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{với } t \neq 0 \\ \infty & \text{với } t = 0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

thì hàm tập trung của phương pháp Muskingum là :

$$h(t) = \frac{1}{1-T} e^{-\frac{t}{K(1-T)}} \quad (15)$$

#### 4. Phương pháp xác định thông số của phương pháp Muskingum.

Trong nội san số 5/1980 đã giới thiệu một vài phương pháp xác định thông số cho các mô hình thủy văn nói chung cũng như phương pháp Muskingum nói riêng. Ở đây giới thiệu một phương pháp tính toán số khác để xác định các thông số cho phương pháp Muskingum xuất phát từ công thức (6).

Giả thiết rằng các hệ số  $C_1, C_2, C_3$  đã biết thì tại mỗi thời điểm  $i$ , nhờ đường quá trình lưu lượng vào  $Q_V(i)$  sẽ tìm được quá trình lưu lượng ra  $Q_R^D(i)$ . Ở mỗi thời điểm  $i$ , tồn tại một sai số  $\delta(i)$  so với lưu lượng thực đo  $Q_R^d(i)$ . Hệ số  $C_1, C_2, C_3$  sẽ được chọn sao cho tổng bình phương của sai số là nhỏ nhất:

$$\begin{aligned} \text{Sum} &= \sum_{i=1}^{i=n} \delta^2(i) \Rightarrow \text{Minimum} \\ &= \sum_{i=1}^{i=n} (Q_R^d(i) - Q_R^D(i))^2 \Rightarrow \text{Minimum} \end{aligned} \quad (16)$$

Thay (6) vào (16) ta có :

$$\text{Sum} = \sum_{i=1}^n \left[ Q_R^d(i) - (C_1 Q_V(i) + C_2 Q_V(i-1) + C_3 Q_R(i-1)) \right]^2 \rightarrow \text{Minimum} \quad (17)$$

Để cho (17) được thỏa mãn, ta có các điều kiện sau :

$$\frac{\partial \text{Sum}}{\partial C_1} = 0; \quad \frac{\partial \text{Sum}}{\partial C_2} = 0; \quad \frac{\partial \text{Sum}}{\partial C_3} = 0 \quad (18)$$

Lấy đạo hàm (17) theo từng hệ số  $C_1, C_2, C_3$ . Từ điều kiện (18) rút ra được hệ phương trình sau để xác định các thông số :

$$C_1 \sum_{i=1}^n Q_V^2(i) + C_2 \sum_{i=1}^n Q_V(i)Q_V(i-1) + C_3 \sum_{i=1}^n Q_V(i)Q_R(i-1) = \sum_{i=1}^n Q_V(i)Q_R(i)$$

$$C_1 \sum_{i=1}^n Q_V(i-1)Q_V(i) + C_2 \sum_{i=1}^n Q_V^2(i-1) + C_3 \sum_{i=1}^n Q_V(i-1)Q_R(i-1) = \sum_{i=1}^n Q_V(i-1)Q_R(i)$$

$$C_1 \sum_{i=1}^n Q_R(i-1)Q_V(i) + C_2 \sum_{i=1}^n Q_R(i-1)Q_V(i-1) + C_3 \sum_{i=1}^n Q_R^2(i-1) = \sum_{i=1}^n Q_R(i-1)Q_R(i)$$

Giải hệ phương trình trên sẽ tìm được 3 hệ số  $C_1, C_2, C_3$  chú ý rằng, 3 hệ số này cũng phải thỏa mãn điều kiện (?). Thực tế tính toán đã chỉ ra rằng, vì ảnh hưởng của sai số tính toán mà điều kiện (?) không hoàn toàn thỏa mãn. Tuy nhiên sai số này là rất nhỏ, do thu được độ chính xác cao khi sử dụng máy tính điện tử có thể bỏ qua.

### III - Một vài kết quả tính toán.

Việc tính toán theo phương pháp giới thiệu ở trên được tiến hành trên đoạn sông Donau - Baio giữa trạm Svan-ben-vai và trạm Pfen-linh dài 71km. Hệ số  $C_1, C_2, C_3$  xác định theo tài liệu 5 con lũ ứng với thời đoạn tính toán là  $\Delta t = 3h$ . Sau đây là đặc trưng của các con lũ tại trạm Pfen-linh (trạm ra) (xem bảng 1).

Trị số  $C_1, C_2, C_3$  tính toán cho 5 con lũ được trình bày ở bảng 2. Dựa vào các hệ số này, tính ngược lại để tìm K và T để so sánh với các trị số  $K_M, T_M$  được xác định cũng cho 5 con lũ trên theo phương pháp vẽ và chọn đường quan hệ lượng trữ

$$S \sim [TQ_V(t) + (t-T)Q_R(t)]$$

Bảng 1 : Đặc trưng các con lũ tại trạm Pfen-linh

Số	Thời gian	$Q_{max}$ m <sup>3</sup> /s	$Q_{min}$ m <sup>3</sup> /s
756	7/VII - 29/VII/1956	2210	510
362	22/III - 30/IV/1962	1540	590
466	28/III - 23/IV/1965	2120	740
168	10/XII - 30/ I/1968	1800	437
777	23/VII - 20/VIII/1977	1030	272

Bảng 2 : Giá trị của các hệ số của 5 con lũ tính theo hai phương pháp khác nhau.

Số lũ	K	T	$C_1$	$C_2$	$C_3$
756	19,5	0,120	- 0,452	0,206	0,84
362	17,0	0,050	0,037	0,134	0,830
466	23,6	0,064	- 0,044	0,088	0,956
168	12,4	0,210	- 0,097	0,363	0,735
777	25,1	0,105	- 0,048	0,174	0,875

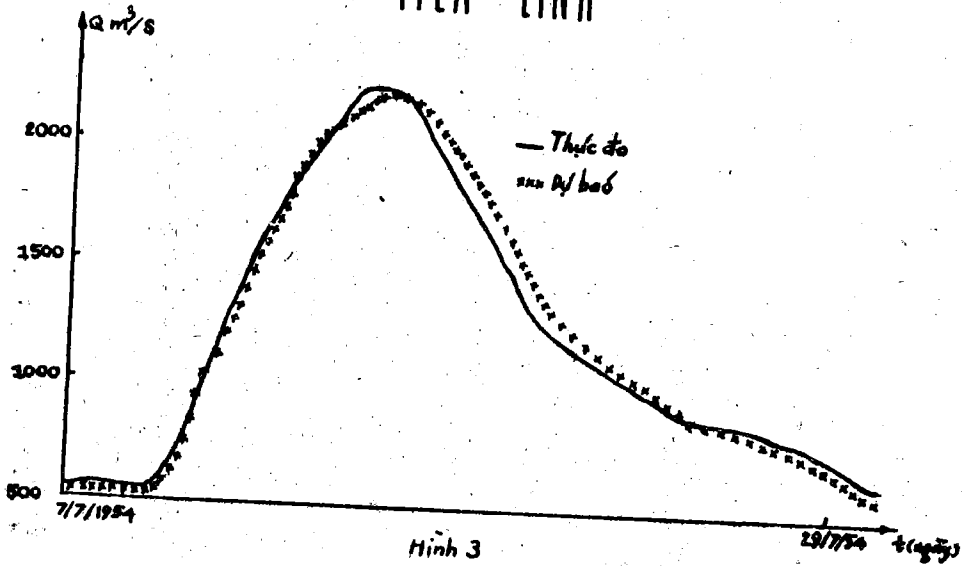
Số lũ	$K_M$	$T_M$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
756	17,0	0,050	0,037	0,133	0,830
362	21,0	0,036	0,034	0,104	0,863
466	20,9	0,150	- 0,085	0,241	0,844
168	18,7	0,130	- 0,052	0,222	0,835
777	23,3	0,227	- 0,094	0,348	0,846

Căn cứ vào bảng 2 thấy rõ ràng, các hệ số  $C_1, C_2, C_3$  được tính theo hai phương pháp rất khác nhau, nhưng các hệ số K, T và  $K_M, T_M$  không chênh lệch nhau quá xa.

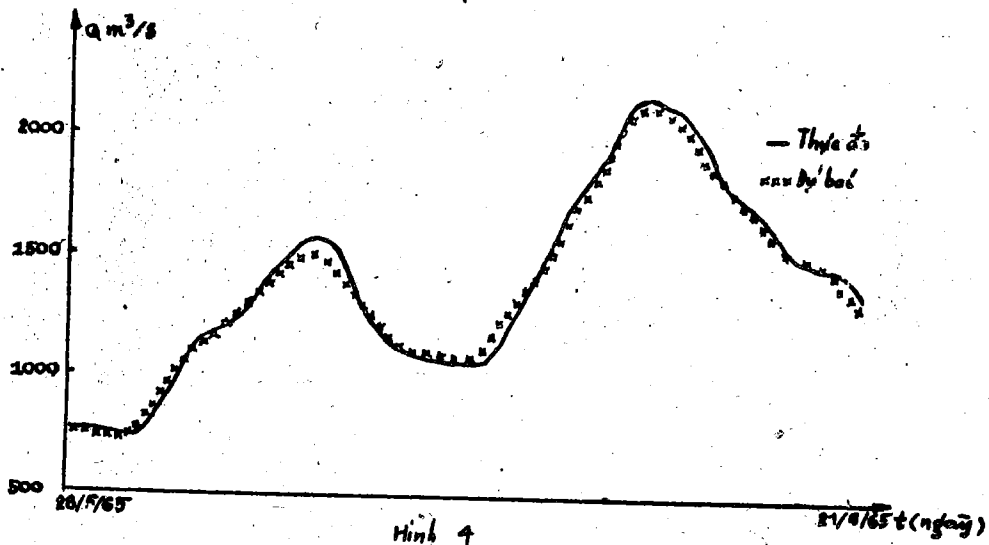
Sử dụng trị số K và T trung bình tiên hành dự báo thử cho 3 con lũ VII/1954, VI/1965 và VIII/1977.

Các hình 3,4,5 biểu diễn đường quá trình lưu lượng thực đo và dự báo :

### QUÁ TRÌNH LƯU LƯỢNG TRẠM PFEN - LINH

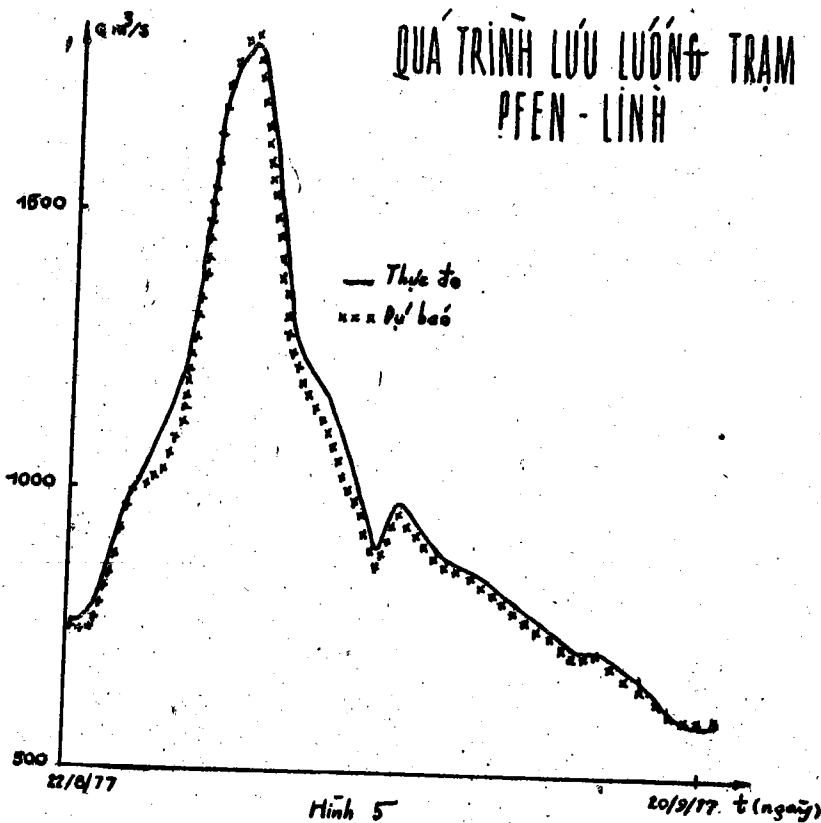


### QUÁ TRÌNH LƯU LƯỢNG TRẠM PFEN - LINH





# QUÁ TRÌNH LƯU LƯỢNG TRẠM PFEN - LINH



Hình 5

Đồng thời cũng sử dụng  $K_M$  và  $T_M$  trung bình để dự báo thử. Sai số dự báo tại mỗi thời điểm tính theo công thức sau :

$$\Delta\% (i) = \frac{Q^d(i) - Q^D(i)}{Q^d(i)} \cdot 100$$

Sai số trung bình cả trận lũ sẽ là :

$$\bar{\Delta}\% = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta\% (i)$$

Kết quả tính sai số trung bình được trình bày ở bảng (3)

Bảng 3: So sánh sai số dự báo theo hai phương pháp.

Phương pháp	Lũ		
	VII/1954	VI/1965	VIII/1977
Phương pháp số (K,T)	5,80	3,10	2,76
Phương pháp đường lượng trữ ( $K_M, T_M$ )	6,10	4,05	2,88

Dựa vào bảng 3 thấy rằng sai số bình quân của cả 3 trận lũ tính theo phương pháp số trình bày ở trên đều nhỏ hơn sai số tính theo phương pháp xây dựng đường lượng trữ. Mặc dù sự sai khác không lớn, nhưng điều đó cũng thể hiện rằng, bằng phương pháp tính toán số, có thể thu được kết quả chính xác hơn so với phương pháp tính thử thông qua việc xây dựng đường quan hệ lượng trữ chịu ảnh hưởng của nhân tố chủ quan của người tính toán.

#### Tài liệu tham khảo:

1. Becker A và Glos E. Grundlagen der Systemhydrologie Mitteilungen des IfW, H.32, 1969.
2. DycK S. Angewandte Hydrologie Verlag für Bauwesen Berlin.
3. Rosemann H.J. Die Hochwasservorhersage auf Grundlage eines mathematischen Niederschlag - Abfluß - Modells. Schriftenreihe des Bayerischen Landesamtes für Wasserwirtschaft, H.5, München 1977.
4. Seus G.J. và Rósl, G. Hydrologische Verfahren zur Berechnung des Hochwasserwellen - Ablaufes in Flüssen, Erichs Schmidt verlag, München 1974.
5. Svoboda A. Die Verwendbarkeit verschiedener Methoden zur Berechnung der Bewegung und Abflachung von Hochwasserwellen in natürlichen Flußbetten des Einzugsgebietes der Donau, Deutsche Gewässerkundliche Mitteilungen, Sonderheft 1967.
6. Ngô Trọng Thuận Beitrag zur Entwicklung praktisch nutzbarer Verfahren für die Abfluvorhersage und Simulation in Flüssen, Dissertation A 1979-TU-Dresden.

#### MÙA BÃO Ở TÂY THÁI BÌNH DƯƠNG ...

(Tiếp theo trang 3)

#### 4. Kết luận :

Năm vừa qua, nếu xét về số lượng các cơn bão xuất hiện ở tây Thái bình dương nói chung, trên biển đông nói riêng, chúng tỏ rằng không phải là một năm có nhiều bão. Đối với nước ta, sự ảnh hưởng của bão cũng tương đối ít và yếu. Trong cả năm chỉ có 1 cơn bão đổ bộ trực tiếp vào nước ta ( cơn số 10 Nancy) với sức gió mạnh nhất đạt tới cấp 8 khi vào đất liền. Các cơn khác đổ bộ hoặc ảnh hưởng trực tiếp đến nước ta đều thuộc loại áp thấp nhiệt đới ( sức gió mạnh nhất cấp 6 cấp 7). Do vậy tác hại do gió bão gây ra nói chung không đáng kể, chủ yếu ảnh hưởng là do mưa lớn mà các cơn bão và áp thấp nhiệt đới đem lại. Nhưng các đợt mưa không dồn dập nên tình hình úng ngập cũng ít nghiêm trọng không những thế mà trái lại có đợt mưa lớn do áp thấp nhiệt đới số 7 ( tàn dư của cơn bão Hope) đi vào bắc bộ đã đem lại lượng mưa lớn rất hữu ích ở nhiều nơi chiêm dứt được thời kỳ khô hạn ở trên miền bắc nước ta xảy ra trong tháng VI và VII.