TÍNH TOÁN DÒNG CHẢY TỔNG CỘNG CỬA SÔNG SOÀI RẠP

ThS. Nguyễn Thế Hào
PGS.PTS. Lê Quang Toại
Trung tâm Khí tượng Thủy văn phía Nam

Vùng cửa sông Soài Rạp là một trong các cửa sông của TP.HCM, nó là cửa ngõ ra vào tương đối quan trọng về mặt giao thông đường thủy (Hình 1). Hiện nay cũng như trong nhiều năm tới, với đà phát triển chung của cả nước, TP.HCM cũng sẽ phát triển khu vực này về mọi mặt. Với một số tài liệu, số liệu khí tượng thủy hải văn tại đây, chúng tôi tiến hành nghiên cứu tính toán dòng chảy tự nhiên. Dòng chảy tại khu vực này, ngoài dòng triều và dòng sông ở thượng nguồn đổ về còn có thêm dòng chảy do gió gây ra, tạo ra dòng chảy tổng cộng.

I. Xây dựng mô hình tính toán dòng chảy tổng cộng

Để tính toán dòngchảy tổng cộng, chúng tôi xuất phát từ phương trình chuyển động và liên tục hai chiều có dạng như sau:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv + g\frac{\partial \xi}{\partial x} - gu\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{(h+\xi)c^2} - \frac{\tau_x}{h+\xi} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + fu + g\frac{\partial \xi}{\partial y} - gv\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{(h+\xi)c^2} - \frac{\tau_y}{h+\xi} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(h+\xi)u] + \frac{\partial}{\partial y}[(h+\xi)v] = 0 \qquad (3)$$

với:
u,v- thành phần dòng chảy tổng cộng đã được lấy trung bình theo độ sâu,
τx,τy- thành phần của sức căng tiếp tuyến gió bề mặt,
ξ- độ dâng mực nước,
g- gia tốc trọng lực,
c- hệ số Chézy,
f- tham số Coriolis.

$$gu\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{(h+\xi)c^2};\ gv\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{(h+\xi)c^2}$$ - biểu thị ma sát đáy.

Số hạng này được lấy cho trường hợp phi tuyến, biểu thức mô tả dòng chảy tổng cộng không dừng.

$\frac{\tau_x}{h+\xi}, \frac{\tau_y}{h+\xi}$ biểu thị ma sát rối thẳng đứng trên bề mặt.

Trị số này có được khi lấy tích phân theo phương thẳng đứng dưới tác dụng bề mặt là gió.

Điều kiện bài toán:

- Điều kiện đầu: $t = 0$, $u = v = 0$, $\xi = 0$.
- Điều kiện biên:

*Tại biên rắn: $u_n = 0$

u_n - thành phần theo pháp tuyến của vận tốc .

*Tại biên lỏng : $\xi = \xi_L$

$\xi_L =$ mực nước thực đo tại biên .

Đây là bài toán phi tuyến không dừng hai chiều của dòng chảy tổng cộng có tính đến ma sát đáy dạng bậc 2. Nếu bỏ qua số hạng ma sát này, tức sử dụng điều kiện dính tại đáy khi lấy tích phân theo phương thẳng đứng, chúng tôi nhận được hệ phương trình mô tả dòng chảy trôi thuần túy hay dòng chảy gió không dừng với dạng

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv + g\frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\tau_x}{h+\xi} = 0 \qquad (1')$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + fu + g\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\tau_y}{h+\xi} = 0 \qquad (2')$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(h+\xi)u] + \frac{\partial}{\partial y}[(h+\xi)v] = 0 \qquad (3')$$

có thể coi đây là trường hợp riêng của bài toán dòng chảy tổng cộng.

II. Thuật toán

Để giải bài toán này, chúng tôi dùng phương pháp ADI (Alternating direction implicit method) được đề xuất bởi Peaceman & Rachford. Đặc điểm của phương pháp là bước thời gian Δt được chia làm 2 phần bằng nhau. Trong nửa bước thời gian đầu từ $k\Delta t$ đến $(k+1/2)\Delta t$ thành phần hướng x được biểu thị bằng sai phân ẩn, thành phần hướng y được biểu thị bằng sai phân hiển. Trong nửa bước thời gian sau từ $((k+1/2)\Delta t$ đến $(k+1)\Delta t$ thành phần hướng y được biểu thị bằng sai phân ẩn, thành phần hướng x được biểu thị bằng sai phân hiển.

- Trong nửa bước thời gian đầu từ $k\Delta t$ đến $(k+1/2)\Delta t$ thu được:

$$u^{(k+1/2)} = u^k - \frac{1}{2}\Delta t u^k \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^k - \frac{1}{2}\Delta t\, v^k \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^k - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta y} g\, \xi_x^{k+1/2}$$

$$+\frac{1}{2}\Delta t f v^k + \frac{\Delta t \tau_x}{2\left(\xi^k + h\right)} - \frac{\Delta t}{2} g u^k \frac{\sqrt{\left(u^k\right)^2 + \left(v^k\right)^2}}{\left(\xi^k + h\right)c^2} \tag{4}$$

$$\xi^{(k+1/2)} = \xi^k - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\left(\xi^k + h\right)u^{k+1/2}\right]_x - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta y}\left[\left(\xi^k + h\right)v^k\right]_y \tag{5}$$

$$v^{(k+1/2)} = v^k - \frac{1}{2}\Delta t u^{k+1/2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^k - \frac{1}{2}\Delta t\, v^{k+1/2}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^k - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x} g\, \xi_y^{k+1/2} +$$

$$-\frac{1}{2}\Delta t f u^{k+1/2} + \frac{\Delta t \tau_y}{2\left(\xi^{k+1/2} + h\right)} - \frac{\Delta t}{2} g v^{k+1/2} \frac{\sqrt{\left(u^{k+1/2}\right)^2 + \left(v^k\right)^2}}{\left(\xi^{k+1/2} + h\right)c^2} \tag{6}$$

Phương trình (4) &(5)có nghiệm:

$$\xi^{k+1/2} = -P_i u^{k+1/2} + Q_i \tag{7}$$

$$u^{k+1/2} = -R_i u^{k+1/2} + S_i \tag{8}$$

với : $P_i = \dfrac{r_3}{1 + r_2 R_{i-1}}$

$$R_i = \frac{r_1}{r_4 + r_1 P_i} \qquad S_i = \frac{B_{i+1/2} + r_1 Q_i}{r_4 + r_1 P_i}$$

$$r_1 = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s} g \qquad r_2 = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s}\left[\xi^k + h\right]_{i-1/2}$$

$$r_3 = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s}\left[\xi^k + h\right]_{i+1/2} \qquad r_4 = \frac{1}{4}\frac{\Delta t}{\Delta s}\left[u^k_{i+1/2,j} - u^k_{i-1/2,j}\right]$$

$$A_i = \xi_i^k \frac{\Delta t}{2\Delta s}[(\xi + h)v]_y^k$$

$$B_{i+1/2} = u^k + \frac{1}{2}\Delta t f v^k - \frac{1}{4}\frac{\Delta t}{\Delta s} v^k\left[u^k_{i+1/2,j+1/2} - u^k_{i-1/2,j}\right] + \frac{\Delta t}{2}\frac{\tau_x}{\xi^k + h}$$

$$-\frac{\Delta t}{2} g u^k \frac{\sqrt{\left(u^k\right)^2 + \left(v^k\right)^2}}{\left(\xi^2 + h\right)c^2}$$

Sử dụng xen kẽ công thức truy đuổi (7) & (8) dọc theo các điểm trên trục x tìm ra giá trị $u^{k+1/2}$, $\xi^{k+1/2}$ sau đó thế vào (6) tính $v^{k+1/2}$

- Nửa bước thời gian sau từ (k +1/2) Δt đến (k+1)Δt. Tương tự chúng ta có:

$$v^{(k+1)} = v^{k+1/2} - \frac{1}{2}\Delta t f u^{k+1/2} - \frac{1}{2}\Delta t u^{k+1/2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{k+1/2} - \frac{1}{2}\Delta t\, v^{k+1}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^{k+1/2} - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta y} g \xi_y^{k+1}$$

$$+\frac{\Delta t \tau_y}{2\left(\xi^{k+1/2}+h\right)} - \frac{\Delta t}{2} g v^{k+1} \frac{\sqrt{\left(u^{k+1/2}\right)^2+\left(v^{k+1/2}\right)^2}}{\left(\xi^{k+1/2}+h\right)c^2} \tag{9}$$

$$\xi^{(k+1)} = \xi^{k+1/2} - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\left(\xi^{k+1/2}+h\right)u^{k+1/2}\right]_x - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta y}\left[\left(\xi^{k+1/2}+h\right)v^{k+1}\right]_y \tag{10}$$

$$u^{(k+1)} = u^{k+1/2} + \frac{1}{2}\Delta t f u v^{k+1} - \frac{1}{2}\Delta t u^{k+1}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{k+1/2} - \frac{1}{2}\Delta t\, v^{k+1/2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{k+1/2} - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x} g \xi^{k+1/2}$$

$$+\frac{\Delta t \tau_x}{2\left(\xi^{k+1}+h\right)} - \frac{\Delta t}{2} g u^{k+1} \frac{\sqrt{\left(u^{k+1/2}\right)^2+\left(v^{k+1/2}\right)^2}}{\left(\xi^{k+1}+h\right)c^2} \tag{11}$$

Phương trình (9), (10) có nghiệm dạng truy đuổi:

$$\xi^{k+1} = -P_j v^{k+1} + Q_j \qquad v^{k+1} = -R_j u^{k+1} + S$$

với:

$$P_j = \frac{r'_3}{1+r'_2 R_{j-1}} \qquad Q_j = \frac{A_j + r'_2 S'_{j-1}}{1+r'_2 R_{i-1}}$$

$$R_i = \frac{r'_1}{r'_4 + r'_1 P_j} \qquad S_j = \frac{B_{j+1/2} + r'_1 Q'_i}{r'_4 + r'_1 P_j}$$

$$r'_1 = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s} g \qquad r'_2 = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s}\left[\xi^{k+1/2}+h\right]_{j-1/2}$$

$$r'_3 = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s}\left[\xi^{k+1/2}+h\right]_{j+1/2} \qquad r'_4 = 1 + \frac{1}{4}\frac{\Delta t}{\Delta s}\left[v^{k+1/2}_{i+j+1/2} - v^{k+1/2}_{i,j-1/2}\right]$$

$$Ai = \xi^{k+1/2} \frac{\Delta t}{2\Delta s}\left[(\xi+h)u\right]_x^{k+1/2}$$

$$B_{j+1/2} = v^{k+1/2} - \frac{1}{2}\Delta t f u^{k+1/2} - \frac{1}{4}\frac{\Delta t}{\Delta s} u^{k+1/2}\left[v_{i+1,j+1/2}^{k+1/2} - v_{i-1,j+1/2}^{k+1/2}\right] + \frac{\Delta t}{2}\frac{\tau_y}{\xi^{k+1/2} + h}$$

$$-\frac{\Delta t}{2} g v^{k+1/2} \frac{\sqrt{\left(u^{k+1/2}\right)^2 + \left(v^{k+1/2}\right)^2}}{\left(\xi^{k+1/2} + h\right)c^2}$$

Trên trục y dọc theo hướng j tăng sẽ tính được các hệ số P_j, Q_j, R_j, S_j, và theo hướng ngược lại tính được v^{k+1}, ξ^{k+1}. Thế kết quả này vào (11) tính được u^{k+1}.

III. Các tham số bài toán

3.1. Xử lý điều kiện biên

* Đoạn biên kín bên trái theo hướng trục x:

Nếu điểm tính toán ξ bắt đầu ở vị trí IS thì điều kiện biên là:

$$\xi_{IS-1}^{k+1/2} = 0 \qquad u_{IS-1/2}^{k+1/2} = 0 \qquad (12)$$

Công thức (8) sẽ là: $u_{IS+1/2} = 0$ với $P_{IS} = r_3$

$$(7) \Rightarrow \xi_{IS}^{k+1/2} = -P_{IS} u_{IS+1/2}^{k+1/2} + Q_{IS}$$

$$Q_{IS} = A_i^k + r_2 u^{k+1/2} = A_i^k$$

Điều kiện (12) cho hệ số: $R_{IS-1} = 0$ $S_{IS-1} = 0$ (13)

Công thức (13) có thể làm điều kiện biên của biên kín bên trái và thoả mận quan hệ truy đuổi của công tức (7), (8)

* Đoạn biên kín bên phải theo hướng trục x:

Nếu điểm tính ξ bắt đầu ở vị trí IE thì điều kiện biên là:

$$\xi_{IE+1}^{k+1/2} = 0$$

$$u_{IE+1/2}^{k+1/2} = 0$$

Công thức (7) sẽ là:

$$\xi_{IE}^{k+1/2} = -P_{IE} u_{IE+1/2}^{k+1/2} + Q_{IE}$$

$$\Rightarrow \quad \xi_{IE}^{k+1/2} = Q_{IE}$$

* Đoạn biên hở bên phải:

Lấy ξ_{IE+1} = trị số mực nước thực đo

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{IE+1/2,j} = 0$$

$$v_{IE+1,\,j\pm 1/2} = 0$$

Thay vào (4) chúng ta tìm được:

$$u^{k+1/2}_{IE+1/2} = \{u^{k}_{IE+1/2} - \frac{1}{2}\Delta t v(u^{k}_{IE+1/2,j+1} - u^{k}_{IE+1/2,j-1}) - \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s} g\xi^{k+1/2}_{IE+1/2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s} gQ_{IE} - \frac{1}{2}\Delta t g u^{c}_{IE+1/2} \frac{\sqrt{(u^k)^2 + (v^k)^2}}{\frac{1}{8}\left(h_{IE+1/2,j+1/2} + h_{IE+1/2,j-1/2} + \xi^k_{IE+1,j} + \xi^k_{IE,j}\right)c^2}\} / 1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta s} gP_{IE}$$

Thế vào (7) tính được $\xi^{k+1/2}$

* Đối với trục y cũng tiến hành tương tự

3.2. Tính ứng suất tiếp tuyến gió

Để tính toán ứng suất tiếp tuyến gió trung bình tháng, chúng tôi sử dụng thống kê gió trung bình tháng nhiều năm tại trạm Vũng Tàu

Tháng	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Hướng	ENE	ENE	E	ENE E	SW	SW	SW	SW	SW	ENE E	ENE	ENE E
Tốc độ (m/s)	4,6	5,5	4,8	3,6	2,2	3,2	3,4	3,9	3,6	3,1	3,6	3,7

Chúng tôi tiến hành tính toán sức căng tiếp tuyến bề mặt trung bình cho tháng 2 và tháng 9

Tháng 2 hướng ENE. Độ lớn τ = 0,560 dyn/cm^2

Tháng 9 hướng SW. Độ lớn τ = 0,240 dyn/cm^2

3.3. Điều kiện hội tụ bài toán

Theo chứng minh của Leendertse J.J, điều kiện ổn định và hội tụ của bài toán là điều kiện Courant

$$\Delta t \le \frac{\Delta s}{\sqrt{2gh}}$$

Δt - bước thời gian

ΔS - bước không gian

g- gia tốc trọng trường

h - độ sâu điểm tính

Ở đây chúng tôi chọn

$\Delta S = 380m$

$h = 10m \quad \Rightarrow \Delta t \leq 26s$

$g = 10m/s$

3.4. Các tham số được chọn

- Tham số Coriolis

$f = 2\omega \sin\varphi$

$\varphi = 10^0 \Rightarrow f = 2{,}53\ 10^{-5}\ s^{-1}$

- Độ sâu h lấy từ bản đồ đẳng sâu
- Hệ số Chézy $C = 63$
- $\Delta x = \Delta y = \Delta S = 380m$
- $\Delta t = 15s$

IV. Kết quả thực nghiệm số trị

Chúng tôi tiến hành thực nghiệm số trị bài toán này trong 1 ngày của hai tháng đặc trưng: tháng hai và tháng chín, và tính toán cho trường hợp đặc biệt là dòng chảy trôi

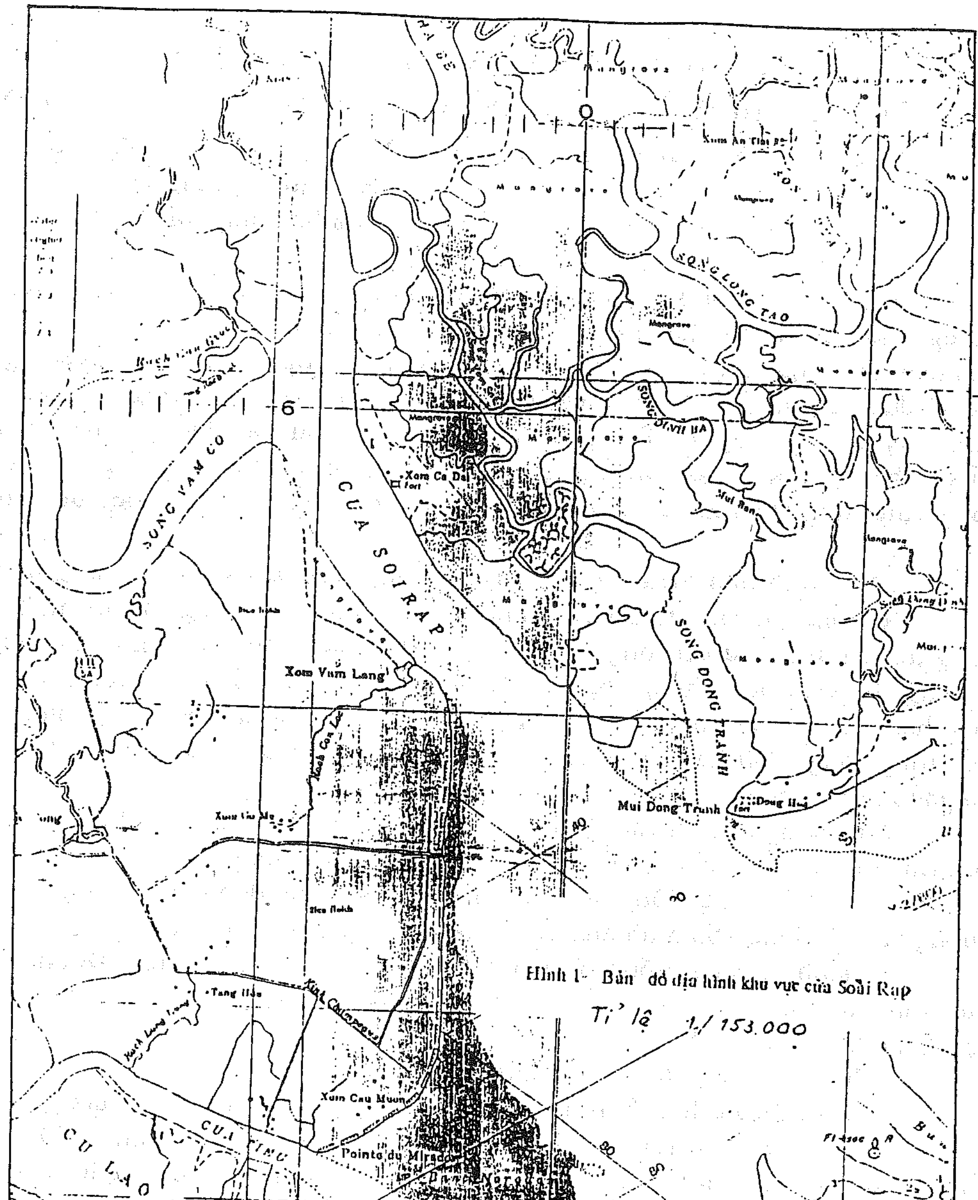
4.1. Ngày 20 - 02 -1993

- Dòng chảy tổng cộng: Mực nước cao nhất tính được là 80cm và thấp nhất là-100cm. Vận tốc dòng tổng cộng cực đại là 180cm/s lúc nước chảy ra. Vận tốc dòng chảy ra lúc nào cũng lớn hơn vận tốc dòng chảy vào.
- Dòng chảy trôi: Mực nước cao nhất cũng tính được là 80cm, và thấp nhất là-100cm. Vận tốc dòng chảy trôi cực đại tính được là 260cm/s.

4.2. Ngày 28-9-1991

- Dòng chảy tổng cộng: Mực nước cao nhất tính được là 180cm và thấp nhất là -150cm. Vận tốc dòng chảy trôi cực đại là 100cm/s. Dòng chảy luôn luôn tạo ra hiện tượng dòng ở bờ phải lớn hơn ở bờ trái, càng ra gần cửa vận tốc dòng càng lớn.
- Dòng chảy trôi: Mực nước cao nhất tính được là 170 cm, và mực nước thấp nhất là 140cm. Vận tốc cực đại tính được là 120cm/s, vận tốc dòng bờ phải thường lớn hơn vận tốc bờ trái.

Chúng tôi còn so sánh mực nước tính toán và mực nước thực đo tại trạm Soài Rạp cho thấy tương đối phù hợp. Ngoài ra còn so sánh vận tốc dòng thực đo và vận tốc dòng tính toán tại trạm Soài Rạp 1 và trạm 885.



Hình 1- Bản đồ địa hình khu vực cửa Soài Rạp

Tỉ lệ 1/153.000