

PHƯƠNG PHÁP LỌC TOÁN HỌC
VÀ ỨNG DỤNG CỦA NÓ TRONG KHÍ TƯỢNG

Nguyễn Duy Chính
Viện KTTV

I HÙNG phương pháp toán thống kê trong hơn 30 năm qua được áp dụng khá rộng rãi trong các ngành khoa học kỹ thuật nói chung và trong lĩnh vực khí tượng nói riêng (thông qua việc xuất hiện và áp dụng có hiệu quả những cơ sở tính toán diện tử có tốc độ cao). Một trong những phương pháp toán thống kê quan trọng là phương pháp lọc toán học, đến bây giờ nổi bật là các kỹ thuật lọc một chiều. Trong khí tượng không chỉ tồn tại những chuỗi số liệu quan trắc (một chiều) mà còn tồn tại những trường số liệu của một vùng quan trắc rộng lớn (hai chiều), thí dụ như trường gió, trường khí áp, trường địa thế vị, v.v.. Chính vì vậy mà việc nghiên cứu tìm ra những quy luật và ứng dụng những khả năng của phương pháp lọc một chiều cũng như hai chiều trong ngành vật lý địa cầu và khí tượng là rất cần thiết. Trong điều kiện số liệu quan trắc khí tượng hiện tại của nước ta có thể áp dụng các kỹ thuật lọc một chiều vào việc làm trơn số liệu, khử biến trình ngày và biến trình năm, đặc biệt vào việc nghiên cứu các quy luật dao động có chu kỳ.

1. Vài nét về phương pháp lọc một chiều :

Người ta hiểu mỗi toán tử biến đổi một hàm hoặc một chuỗi thời gian sang một hàm hoặc một chuỗi thời gian khác là một toán tử lọc một chiều. Toán tử này cho phép tách những tần số mong muốn ra khỏi một tập hợp tần thông qua việc kìm hãm những tần số không chủ ý. Trong phép lọc một chiều người ta thường phân biệt 3 loại toán tử lọc thông qua những phạm vi tại tần của chúng :

a) Toán tử lọc tần thấp :

Toán tử mà trong trường hợp lý tưởng cho tải qua toàn bộ những tần số thấp hơn một tần số xác định và kìm hãm toàn bộ những tần số cao hơn. Người ta ứng dụng toán tử lọc tần thấp để giải phóng một tín hiệu (signal) tần thấp nổi bật ra khỏi một nhiễu tần cao.

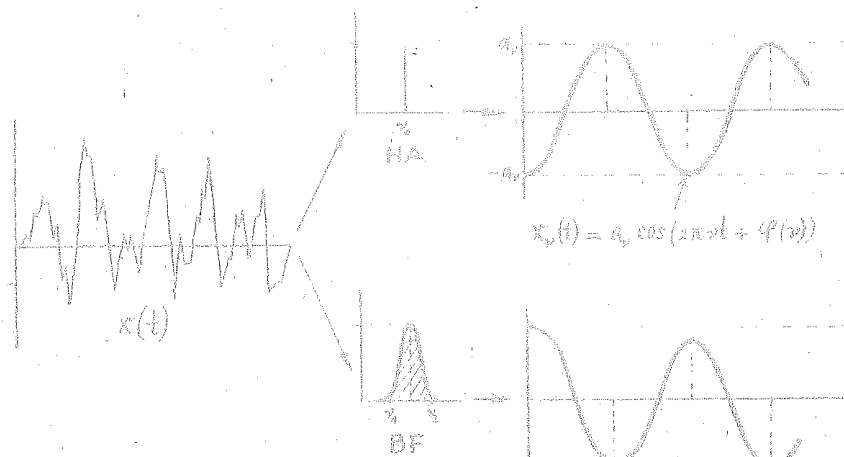
b) Toán tử lọc tần cao :

Toán tử lọc mà trong trường hợp lý tưởng có tác dụng hoàn toàn ngược lại với tác dụng của toán tử lọc tần thấp. Người ta sử dụng toán tử lọc tần cao để kìm hãm những biến thiên tần thấp (những biến thiên chậm).

c) Toán tử lọc dải :

Toán tử lọc mà trong trường hợp lý tưởng cho tải qua một dải tần xác định $\nu_1 \leq \nu \leq \nu_2$ và kìm hãm tất cả những tần số thấp hơn và cao hơn.

Phép lọc dải cho phép kìm hãm rộng rãi tất cả những tần số của chuỗi thời gian ngoài một phạm vi tải tần cho trước. Phép lọc dải biểu diễn một sự phân tích điều hòa được khái quát hóa và luôn cho kết quả là một chuỗi gần như có chu kỳ với những biên độ biến thiên (xem hình 1).



Hình 1: Biểu diễn mô hình về cách tác dụng của toán tử phân tích điều hòa và toán tử lọc dải.
HA: Phân tích điều hòa.
BF: Lọc dải.

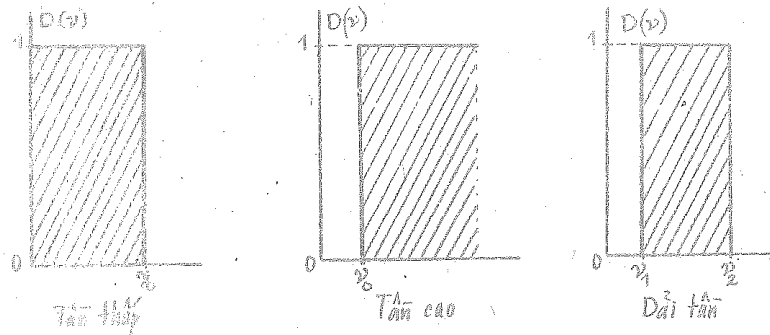
$$x_p(t) = a_p \cos(2\pi\nu t + \varphi(\nu))$$

$$x_F(i) = \sum_{k=-M}^M w(k) x(i-k)$$

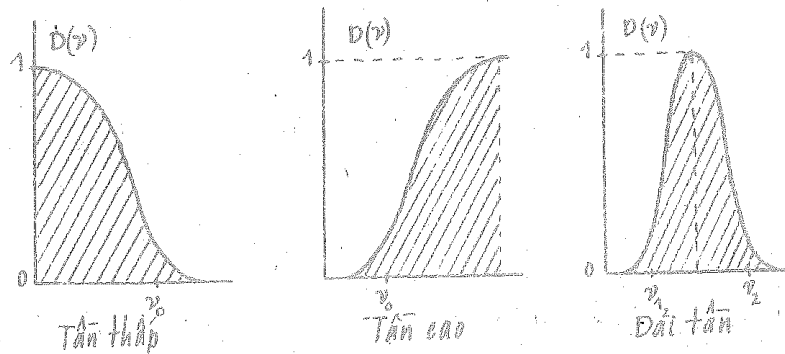
Trong thực tế những toán tử lọc thường không có dạng lý tưởng mà thường có dạng biên độ giảm dần và tăng dần (dạng chày) theo chiều tăng của tần số (xem hình 2).

Mỗi toán tử lọc được biểu diễn bằng một phương trình người ta thường gọi là hàm trọng lượng $w(k)$ và mỗi giá trị của toán tử này là một trọng lượng lọc. Ở phép lọc hàm đặc trưng tại $D(\nu)$ (gọi tắt là hàm tải) đóng vai trò quan trọng nhất, vì nó đặc trưng cho tác dụng của toán tử lọc tương ứng trong phạm vi tần số. Hàm tải thu được bằng phép biến đổi Fourier của hàm trọng lượng và ngược lại. Đây là đặc tính tương đối tiện lợi, vì khi cho trước hàm tải ta có thể thu được hàm trọng lượng tương ứng và ngược lại khi có hàm trọng lượng ta có thể thu được hàm tải chủ ý. Nếu hàm tải là số phức thì những thành phần phổ tương ứng của hàm đã lọc tạo ra một góc lệch pha so với những thành phần phổ tương ứng của hàm gốc. Phép lọc này người ta gọi là không vô pha. Nếu hàm tải là số thực và dương thì phép lọc chỉ đạt tới một sự thay đổi biên độ, cụ thể:

- Một sự tăng biên độ những tần số nhất định đối với $D(\nu) > 1$.
- Một sự giảm biên độ đối với $D(\nu) < 1$.
- Một sự kìm hãm biên độ hoàn toàn đối với $D(\nu) = 0$.



Hình 2a: Lọc tần thấp, tần cao và lọc dải lý tưởng.
Vùng gạch xiên biểu thị phạm vi tần số cho tải qua



Hình 2b: Biểu diễn mô hình đối với lọc tần thấp, tần cao và lọc dải trong thực tế

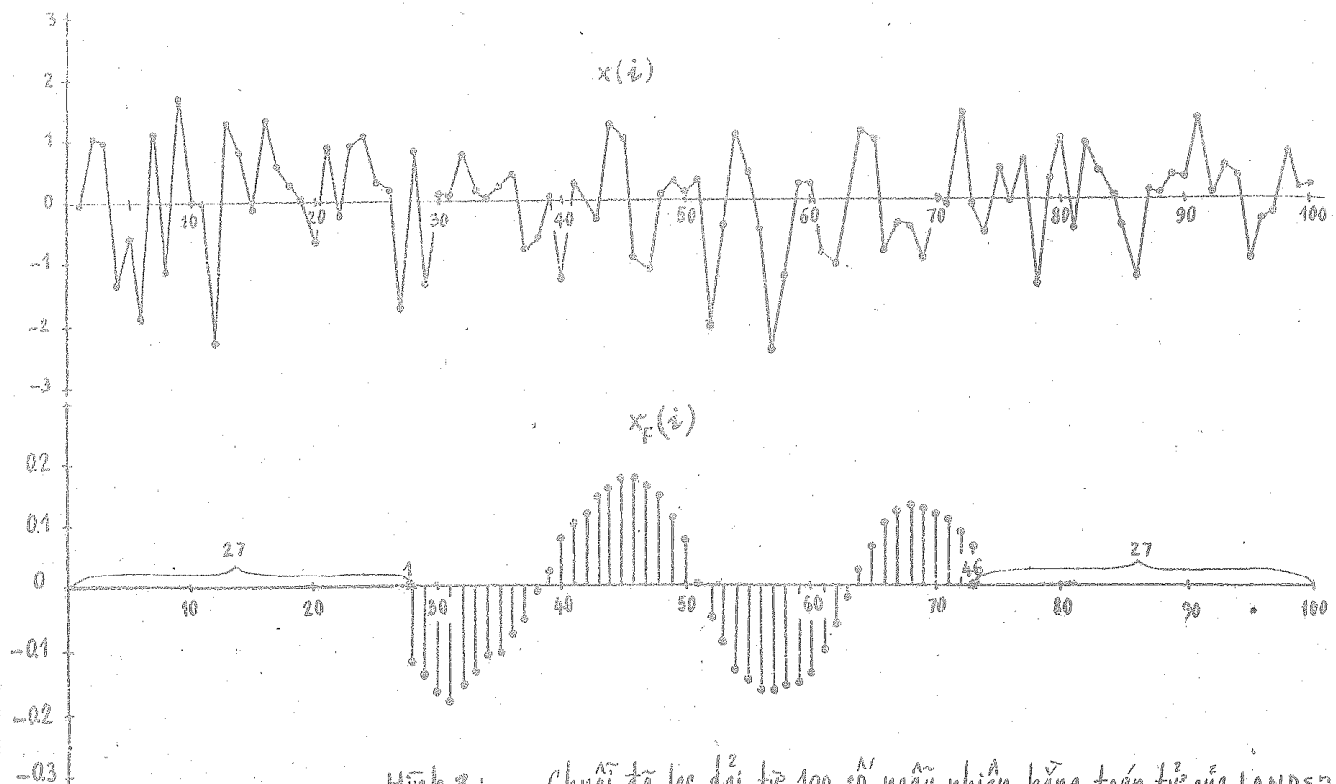
- Không có sự thay đổi biên độ khi $D(\nu) = 1$.

Khi hàm tải có giá trị thực và đối xứng, tức $D(\nu) = D(-\nu)$ thì phép lọc không tạo ra góc lệch pha - người ta gọi là phép lọc vô pha (phasentreu).

Trong lý thuyết phương pháp lọc chuỗi thời gian tồn tại 2 hình thức lọc, đó là phép lọc liên tục, được sử dụng khi hàm thời gian được biểu diễn bằng phép lọc rời, được dùng trong trường hợp hàm thời gian được biểu diễn ở dạng tổng. Trong thực tế việc thực hiện phép lọc với một quá trình tích phân đôi khi phải có một phương pháp tính tương tự không đơn giản và khá tốn kém trong tính toán. Chính vì thế mà trong kỹ thuật và vật lý địa cầu người ta thường áp dụng phương pháp lọc vào chuỗi thời gian từ những giá trị quan trắc (phép lọc rời). Phép lọc này cũng được gọi nôm na là phép lọc số trị. Phương trình tổng quát của phép lọc số trị một chuỗi số liệu quan trắc, mà sau đây chúng ta sẽ áp dụng, có dạng:

$$X_F(i) = \sum_{k=-N}^M w(k) \cdot X(i-k) \quad (1)$$

Khi chúng ta áp dụng một toán tử lọc đối xứng, tức là $w(k) = w(-k)$ và $M = N$



Hình 3:

Chuỗi đã lọc dài từ 100 số ngẫu nhiên bằng toán tử của LANDSBERG theo công thức:

$$x_F(i) = w(0) \cdot x(i) + \sum_{k=1}^M w(k) \cdot [x(i+k) + x(i-k)]$$

với $M=27$

thì phương trình (1) có thể viết ở dạng đơn giản hơn cho việc lập chương trình máy tính:

$$x_F(i) = w(0) \cdot x(i) + \sum_{k=1}^M w(k) \cdot [x(i+k) + x(i-k)] \quad (2)$$

Phương trình (1), (2) có nội dung: Nhân những giá trị nối tiếp nhau của chuỗi số liệu quan trắc với những trọng lượng lọc và sau đó cộng tất cả tích số này lại. Như thế chúng ta thu được một giá trị đã lọc. Quá trình này được thực hiện đến khi giá trị cuối cùng của chuỗi số liệu quan trắc được nhân với trọng lượng thứ M (trọng lượng nút) của toán tử lọc. Số giá trị đã lọc $x_F(i)$ phải nhỏ hơn số giá trị của chuỗi số liệu ban đầu, cụ thể nhỏ hơn $N + M$ giá trị (trường hợp toán tử lọc không đối xứng) và $2M$ giá trị (khi $w(k)$ đối xứng) (xem hình 3). Như vậy muốn phép lọc thực hiện được và có ý nghĩa thực tế chúng ta phải chọn số giá trị của chuỗi số liệu ban đầu lớn hơn nhiều so với số trọng lượng của toán tử lọc ứng dụng.

Trong phương pháp lọc toán học còn tồn tại phép lọc trong vùng tần. Phép lọc này có thể được mô tả như sau: Trước hết tách hàm thời gian ban đầu thành thành phần phổ, sau đó nhân thành phần phổ này với hàm tải cho trước. Chúng ta

thu được hàm thời gian đã lọc ở cách biểu diễn phổ. Thông qua phương pháp tổng hợp phổ chúng ta tìm được hàm đã lọc trong phạm vi thời gian. Nhằm để tránh được những tổn kém trong tính toán của phép lọc trong phạm vi tần số chúng ta biến đổi hàm tải cho trước thành hàm trọng lượng rồi sau đó lọc với hàm trọng lượng này. Để chứng minh tác dụng của hàm tải lên hàm thời gian ban đầu trong vùng tần số chúng ta tính phổ năng lượng trước và sau đó thực hiện phép lọc theo công thức đã cho. Lý thuyết chi tiết về phép lọc, về hàm tải và hàm trọng lượng cũng như về phép kiểm nghiệm kết quả lọc có thể tham khảo ở [3].

2. Một ví dụ đang thí dụ :

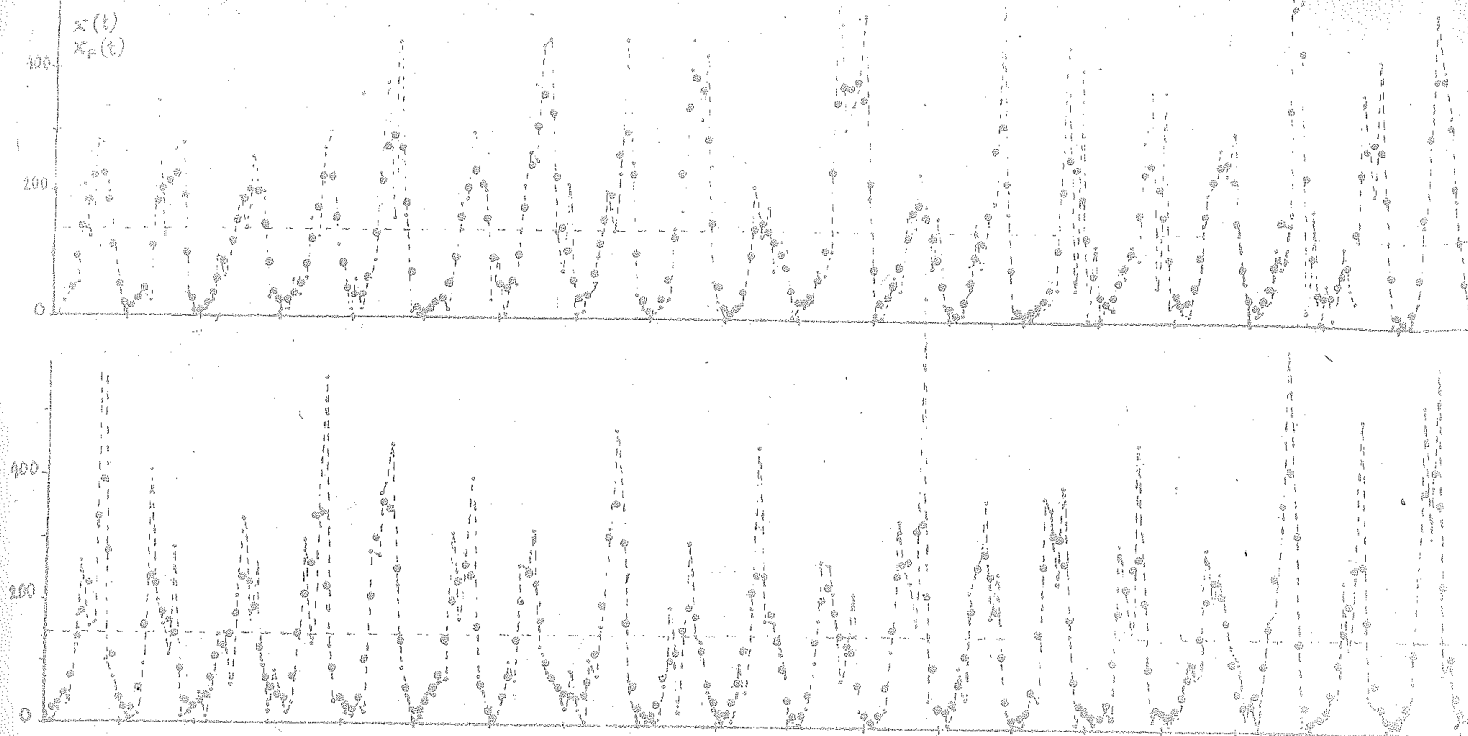
Tùy theo yêu cầu của từng bài toán mà người ta áp dụng những toán tử lọc nhất định, nhằm thu được những thành phần chủ ý và kìm hãm những thành phần không chủ ý khác. Chính vì lẽ đó mà người ta còn gọi những toán tử lọc thực hiện nhiệm vụ trên là những toán tử lọc tối ưu. Trong thực tế người ta đã thành lập được nhiều toán tử lọc tần thấp, tần cao và lọc dải. Ở đây chỉ nêu hai toán tử sẽ áp dụng là toán tử lọc tần thấp của G.S. Valinton [4] với các trọng lượng :

0,0625 0,2500 0,3750 0,2500 0,0625

và toán tử lọc dải của H.B. Lansbec [2] với các trọng lượng như sau :

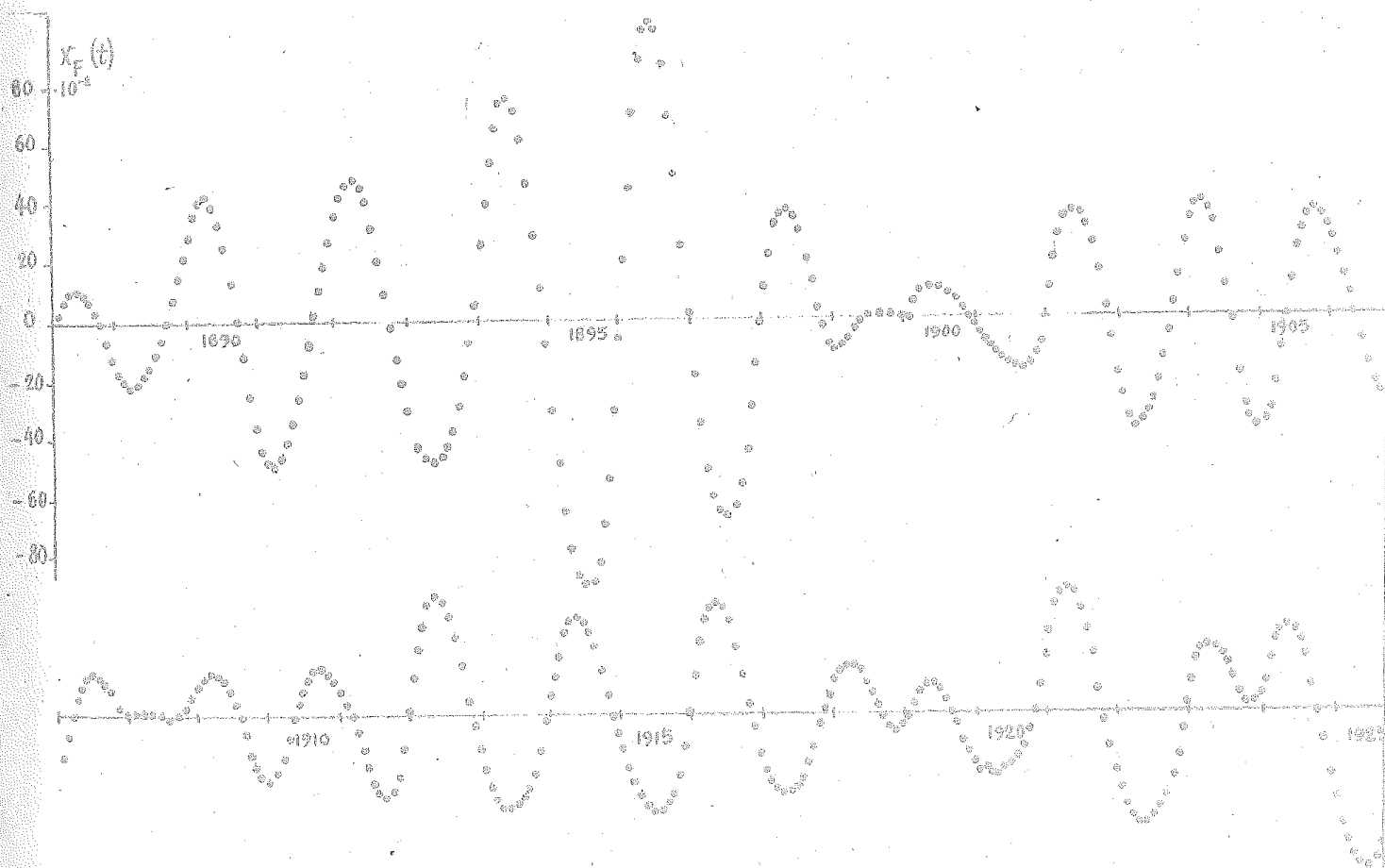
k	$w(k) = w(k)$	k	$w(k) = w(-k)$
0	0,0602	14	-0,0334
1	0,0577	15	-0,0253
2	0,0512	16	-0,0165
3	0,0410	17	-0,0079
4	0,0279	18	0,0000
5	0,0133	19	0,0065
6	-0,0017	20	0,0115
7	-0,0158	21	0,0147
8	-0,0279	22	0,0163
9	-0,0372	23	0,0165
10	-0,0431	24	0,0156
11	-0,0454	25	0,0140
12	-0,0442	26	0,0121
13	-0,0400	27	0,0100

Đây là hai toán tử lọc đối xứng, trong đó toán tử lọc của Valinton có bậc $M = 2$ và toán tử lọc của Lansbec có bậc $M = 27$. Như vậy cùng với trọng lượng lọc trung tâm toán tử lọc của Valinton có 5 trọng lượng và toán tử lọc của Lansbec có 55 trọng lượng.



----- đường giá trị trung bình
 ----- đường số liệu gốc
 số liệu đã làm tròn

Hình 4. Chuỗi lượng mưa tháng trạm Lạng trước và sau phép lọc tần thấp (làm tròn) với toán tử của WALLINGTON [4]



Hình 5. Chuỗi lượng mưa tháng đã lọc với toán tử lọc dài của LANDSBERG trạm Lạng (1886-1902) (trích đoạn 1886-1925)

Hình 4 biểu diễn các giá trị đã lọc tron với toán tử lọc của Valinton. Chúng ta thấy rằng tuy bậc của toán tử làm tron này rất thấp nhưng tác dụng của phép lọc thể hiện khá rõ ràng: Đường đi của chuỗi các giá trị lượng mưa tháng trạm Hà nội đã lọc "tron" hơn nhiều, tức là các nhiễu tần cao tồn tại trong chuỗi các giá trị ban đầu đã bị loại trừ phần lớn. Giá trị trung bình ở phép lọc này giữ không đổi và đường biến trình các năm thì tron hơn. Như vậy chúng ta có thể dùng các giá trị đã lọc này vào việc nghiên cứu các vấn đề khác thay cho số liệu thô ban đầu, nhằm tránh được những nhiễu động không lợi cho việc phân tích. Chuỗi các giá trị đã lọc dài với toán tử đã nêu ở trên của Lansbec được biểu diễn ở hình 5. Ở đây chúng ta thấy các giá trị đã lọc dao động xung quanh giá trị trung bình, mà thường thường người ta quy định trục giá trị trung bình này là trục O hay trục hoành trong hệ trục tọa độ. Đường đi của các giá trị lọc dài gần giống đường đi của hàm sin hoặc cosin, và dao động gần như có chu kỳ. Thực tế này giúp cho việc nghiên cứu dao động có chu kỳ của các chuỗi quan trắc khí tượng một cách đặc biệt. Hình 5 còn cho ta thấy một cách trực tiếp chế độ dao động của chuỗi đã lọc trong từng thời đoạn, từ đó ta cũng có thể đánh giá được tính ổn định và bất ổn định của chuỗi quan sát này.

3. Kết luận :

Lý thuyết về phép lọc, đặc biệt là phép lọc một chiều, đã được xây dựng khá đầy đủ. Tài liệu về phép lọc dạng này áp dụng trong ngành vật lý địa cầu nói chung và trong ngành Khí tượng nói riêng cũng rất phong phú. Vấn đề đi sâu hiện nay trong phương pháp lọc một chiều là việc tìm tòi nghiên cứu những khả năng ứng dụng đa dạng của phương pháp này song song với việc tìm ra những toán tử lọc mới để phân tích ngày một tốt hơn, sát hợp hơn những thông tin vật lý địa cầu và khí tượng. Kết quả của thí dụ ứng dụng nêu trên chứng tỏ rằng với điều kiện số liệu hiện có của ngành ta có thể áp dụng được những khả năng sẵn có của phương pháp lọc toán học trong một số nghiên cứu và có thể thu được những kết quả tốt.

Tài liệu tham khảo

- 1 KERTZ, W. : "Phương pháp lọc trong Vật lý địa cầu" Gerl Beitr. Geophysik 75 (1966), 1-33 (tiếng Đức).
- 2 LANDSBERG, H.E. (và cộng tác viên) : "Surface signs of bienial atmospheric pulse" Mon. Wea. Rev. 91(1963), 549-556.
- 3 NGUYEN DUY CHINH : "Những nghiên cứu về phép lọc một chiều và hai chiều những số liệu quan trắc khí tượng" Dissertation, Berlin 1976 (tiếng Đức).
- 4 WALLINGTON, C.E. : "The use of smoothing and filtering operators in numerical forecasting". Quart. Journ. of RMS 88 (1962), 470-484.