

Mô phỏng quá trình dòng chảy mùa lũ trên hệ thống sông Lô bằng mô hình KALININ - MILIUKOV - NASH với kỹ thuật lọc KALMAN để cập nhật dự báo

PTS. LÊ BẮC HUỲNH

Cục Dự báo KTTV

DẶT VẤN ĐỀ

Tính toán và dự báo dòng chảy mùa lũ trên hệ thống sông Lô phục vụ phòng chống lũ, lụt trên lưu vực và ở hạ lưu hệ thống sông Hồng là một yêu cầu cấp bách của sản xuất. Để nâng cao mức độ tin cậy của tính toán và dự báo, trong thùy văn ngày càng rõ xu hướng ứng dụng những mô hình và kỹ thuật tiên tiến vào mô phỏng quá trình dòng chảy. Trong bài này chúng tôi trình bày cơ sở của mô hình Kalinin - Miliukov - Nash với kỹ thuật hiệu chỉnh tức thời và lọc Kalman để cập nhật dự báo và những kết quả ứng dụng vào mô hình dòng chảy mùa lũ hệ thống sông Lô khi sử dụng chương trình HOMSEQ cài đặt trên máy PS - 2 tại Cục Dự báo KTTV [4].

1. Mô hình Kalinin - Miliukov - Nash mô phỏng dòng chảy sông

Cơ sở chung của mô hình Kalinin - Miliukov - Nash dựa trên khái niệm "đoạn sông đặc trưng" hoặc "chuỗi bể chứa tuyến tính" đã được trình bày trong nhiều nghiên cứu khác nhau. Mô hình thường ít được sử dụng trong thực tế do chỉ mô phỏng quá trình tuyến tính trong mỗi thời đoạn trong khi số liệu đo đặc thùy vẫn lại gắn với thời điểm nhất định. Để dễ dàng ứng dụng mô hình trong thực tế, Szollosi - Nagy đã kiến nghị thủ thuật rời rạc hóa mô hình theo không gian và thời gian [3,4]. Việc rời rạc hóa được tiến hành theo những nguyên tắc sau:

- Đoạn sông được chia ra làm chuỗi không - thời gian các bể chứa tuyến tính liên tiếp nhau;
- Việc rời rạc hóa mô hình được tiến hành cho chuỗi hồ chứa này.

1.1. Xét một bể chứa tuyến tính

Với một bể chứa tuyến tính có lượng vào là $U(t)$ và lượng ra là $Y(t)$, lượng trữ nước là $X(t)$ thì quan hệ của chúng có dạng

$$\frac{dX(t)}{dt} = -Y(t) + U(t) \quad (1)$$

Phương trình động lực của dòng chảy trong hệ Saint - Venant viết cho lưu vực hoặc cho đoạn sông thường được thay bằng hệ đơn giản giữa lượng ra và lượng trữ dạng

$$X(t) = K(t) \cdot Y^m(t) \quad (2)$$

trong đó:

$K(t)$ - hệ số trữ nước có thứ nguyên là thời gian - hay thời gian tập trung nước trung bình ở bể chứa;

m - hệ số lưu lượng.

Trường hợp khi $K(t) = K = \text{const}$ và $m = 1$ thì lượng trữ là một hàm tuyến tính của dòng chảy ra

$$X(t) = K(t) \cdot Y(t) \quad (3)$$

Với những giả thiết như trên ta có một bể chứa tuyến tính mà phương trình trạng thái có dạng

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\frac{1}{K} X(t) + U(t) \quad (4)$$

trong đó biến trạng thái $X(t)$ có một ý nghĩa vật lý rõ ràng: là lượng trữ nước. Phương trình xác định dòng chảy ra từ bể chứa có dạng

$$Y(t) = \frac{1}{K} X(t) \quad (5)$$

1.2. Xét chuỗi bể chứa tuyến tính

Chuỗi bể chứa tuyến tính với các hệ số lượng trữ như nhau và bằng K , lượng trữ mỗi bể là $X_i(t)$ thì lượng ra ở cuối chuỗi n bể được mô tả như trên hình 1. Ở đây, lượng ra của bể thứ nhất lại là lượng vào của bể thứ hai và cứ thế tiếp tục tới bể cuối cùng thứ n, và toàn bộ lập thành chuỗi bể chứa tuyến tính rời rạc.

Để đơn giản, giả sử rằng hệ số trữ lượng $k = K/n$ và lượng trữ ở bể thứ i vào thời điểm t là $X_i(t)$ thì phương trình liên tục (1) của hệ n bể chứa có dạng

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \\ \dots \\ \dot{X}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k & & & 0 \\ k & -k & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & k-k & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \dots \\ X_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} U(t) \quad (6)$$

Từ đây, phương trình trạng thái ở dạng ma trận:

$$\dot{X}(t) = F \cdot X(t) - G \cdot U(t) \quad (6')$$

Trong đó, F - ma trận vuông cỡ $n \times n$ kiểu Toeplitz. Ma trận vào là ma trận cỡ n (véc tơ cột) cho hệ có một đầu vào (mưa hiệu quả hoặc quá trình lưu lượng ở tuyến vào của hệ).

Do lượng ra của bể cuối là lượng ra của hệ nên phương trình lượng ra có dạng:

$$Y(t) = /0, 0, \dots, 0, K/ \begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \\ \dots \\ \dot{X}_n(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

đó là tích của ma trận hàng và ma trận cột cỡ n . Nếu gọi ma trận hàng là H ta có thể viết (7) về dạng

$$\underline{Y(t)} = \underline{H} \underline{X(t)} \quad (8)$$

Phương trình (6') và (8) hợp thành mô hình biến động trạng thái của chuỗi bậc thang bể chứa tuyến tính.

Trong mô hình trên, ma trận truyền trạng thái đóng một vai trò quan trọng. Do đó mô hình là một hệ liên tục theo thời gian nên ma trận truyền trạng thái là một ma trận hàm mũ của F [3]

$$\phi(t) = \exp(Ft) \quad (9)$$

xác định được vào thời điểm ban đầu $t_0 = 0$. Tuy nhiên hàm này rất khó tính toán. Theo Szollosi - Nagy có thể xác định (9) theo ma trận

$$\phi(t) = e^{Ft} = \begin{vmatrix} e^{-kt} & 0 & 0 \\ kte^{-kt} & e^{-kt} & .. & .. & 0 \\ \frac{(kt)^2}{2} e^{-kt} & kte^{-kt} & e^{-kt} & .. & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(kt)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-kt} & \frac{(kt)^{n-2}}{(n-2)!} e^{-kt} & .. & .. & e^{-kt} \end{vmatrix} \quad (9')$$

với k và n là các tham số của mô hình. Tuy nhiên, có thể dễ dàng chuyển ma trận truyền trạng thái về dạng hàm truyền quen biết của phương pháp Kalinin - Miliukov - Nash :

$$h(t) = \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K} \right)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!} e^{-t/K} \quad (10)$$

với $k = 1/K$. Từ đó, dòng chảy ở cửa ra được tính theo mứa hiệu quả hoặc dòng chảy tuyến trên $U(t)$ khi phối hợp hàm (8) và (10)

$$Y(t) = \frac{1}{K(n-1)!} \int_0^t \left(\frac{\tau}{K} \right)^{n-1} e^{-\tau/K} \cdot U(t-\tau) d\tau. \quad (11)$$

Ở đây, K - thời gian tập trung nước ở đoạn sông tính toán;

τ - biến tích phân;

t - thời điểm;

$U(t)$ - lượng vào;

$Y(t)$ - lượng ra của hệ.

Khi rời rạc hóa theo các bước thời gian từ t đến $t + \Delta t$ thì công thức của Kalinin - Miliukov - Nash theo sơ đồ hình 2 xuất phát từ (4) sẽ có dạng:

$$\underline{X}_{t+\Delta t} = \phi(\Delta t) \underline{X}_t + \underline{\Gamma}_t(\Delta t) \cdot U_t \quad (12)$$

cho phép dự báo trạng thái của hệ sau thời đoạn Δt theo trạng thái và lượng vào ở thời điểm t . Ở đây, hàm truyền trạng thái $\phi_t(\Delta t)$ có dạng tương tự như $\phi(t)$:

$$\phi_t(\Delta t) = \exp(F \cdot \Delta t)$$

$$\underline{\Gamma}_t(\Delta t) = \int_0^{t+\Delta t} \phi(t + \Delta t - \tau) \underline{G} dT$$

trong đó, ở mỗi thời đoạn Δt đã coi lượng vào $\underline{U}(T) = \text{const.}$

Như vậy, phương trình (12) hợp với (8) tạo thành nội dung mô hình Kalinin - Miliukov - Nash viết ở dạng ma trận cho phép dự báo lượng ra ở cuối thời đoạn theo trạng thái và lượng vào ở đầu thời đoạn. Với cấu trúc như trên thì mô hình tương tự như kỹ thuật lọc Kalman [1]. Nhờ có sự tương đồng này về cấu trúc mà trên cơ sở xác định các tham số của mô hình (8) là k và n có thể sử dụng kỹ thuật lọc Kalman vào cập nhật dự báo. Các tham số k, n của mô hình, theo Harkanyi [4,5] có thể tối ưu bằng kỹ thuật tìm kiếm trực tiếp một cách khá tiện lợi. Khả năng ứng dụng lọc Kalman vào dự báo đã được xem xét khá đầy đủ trong nhiều công trình nghiên cứu [1,4]. Ở đây chỉ hạn chế trình bày một số kết quả ứng dụng mô hình (8), (12) với kỹ thuật tìm kiếm trực tiếp để tối ưu hóa tham số k, n và kỹ thuật lọc Kalman, hiệu chỉnh liên tục sai số [1] để cập nhật trị số tính toán, dự báo quá trình dòng chảy mùa lũ sông Lô.

2. Một số kết quả tính toán

Mô hình Kalinin - Miliukov - Nash, nhìn chung, không xét đến lượng dòng chảy khu giữa ở các đoạn sông. Như trong [2] đã phân tích, trên hệ thống sông Lô đoạn từ Hà Giang, Na Hang về Vụ Quang có lượng dòng chảy khu giữa rất khác nhau và thay đổi từ trận lũ này sang trận lũ khác tùy theo sự phân bố lượng mưa ở khu giữa. Tuy nhiên, trù đoạn Hà Giang - Vĩnh Tuy, nơi có dòng chảy khu giữa lớn, trung bình tới 49% lưu lượng tại Vĩnh Tuy, ở các đoạn khác dòng chảy khu giữa không đáng kể và khá ổn định. Trong điều kiện hình thành dòng chảy như vậy thì việc ứng dụng mô hình trên đây vào mô phỏng quá trình truyền lũ trong sông là có thể chấp nhận được. Mặc dù vậy, ở mọi đoạn sông, việc hiệu chỉnh lượng dòng chảy khu giữa vẫn rất cần thiết. Kỹ thuật hiệu chỉnh tức thời và lọc Kalman cho phép tính tới các thông tin chưa được chú ý tới trong mô hình. Kỹ thuật hiệu chỉnh tức thời coi dòng chảy khu giữa cũng như sai số tính toán nói chung và tiến hành cập nhật trị số tính toán và dự báo theo quy luật mắc sai số ở thời kỳ trước.

Kỹ thuật lọc Kalman [1,4] mô phỏng quá trình dòng chảy khi phân chia nó ra thành các thành phần có tính xu thế, thành phần có tính chu kỳ và thành phần ngẫu nhiên. Kỹ thuật này tạo khả năng xét được dòng chảy khu giữa ở đoạn sông nếu nó tương đối ổn định. Dòng chảy khu giữa được xem như nhiễu của quá trình.

Rõ ràng, mô hình Kalinin - Miliukov - Nash ở cấu trúc ma trận kết hợp với kỹ thuật lọc Kalman có khả năng đáp ứng được yêu cầu tính toán và dự báo quá trình dòng chảy mùa lũ trên hệ thống sông Lô - Gâm từ Hà Giang, Na Hang về Vụ Quang.

2.1. Sơ đồ tổng quát mô hình hệ thống sông Lô

Dựa theo mạng lưới sông với các tuyến do đặc hiện nay, cùng những thông tin KTTV thường thu thập được trong công tác nghiệp vụ cũng như yêu cầu của công tác phòng chống lũ lụt trên hệ thống sông Lô phù hợp với những nguyên tắc được thiết lập trong chương trình HOMSEQ đã phân lưu vực từ Hà Giang, Na Hang về Vụ Quang thành 5 thành phần với mã số như trên hình 3. Như vậy mô hình tổng quát bao gồm 5 mô hình thành phần mô phỏng quá trình truyền lũ ở các đoạn sông từ

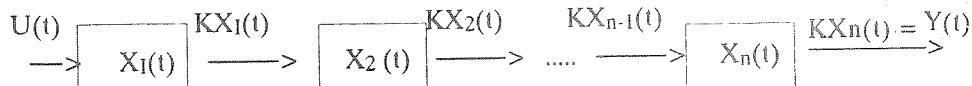
Hà Giang, Na Hang về Vụ Quang với các kỹ thuật cập nhật tương ứng để hiệu chỉnh lượng dòng chảy khu giữa và sai số tính toán.

Khác với sơ đồ đã nghiên cứu trong [2], ở sơ đồ tính toán và dự báo trên đoạn từ Hàm Yên, Chiêm Hóa về Tuyên Quang, dòng chảy được diễn toán riêng biệt phù hợp với bản chất tự nhiên của quá trình truyền lũ vùng hợp lưu. Thời gian truyền lũ tự nhiên từ Hà Giang về Tuyên Quang, Vụ Quang thường không vượt quá 36 - 48 giờ [2]. Điều này cần được lưu ý trong thiết lập mô hình dự báo. Rõ ràng, để kéo dài thời gian dự kiến thì việc dự báo biên trên là một điều cần thiết. Sơ đồ kiến nghị trên đây cũng khác biệt với sơ đồ kiến nghị trong [2] ở chỗ bản thân nó đã có thời gian dự kiến là 4 lần thời đoạn tính toán khi dự báo cho tuyến Vụ Quang.

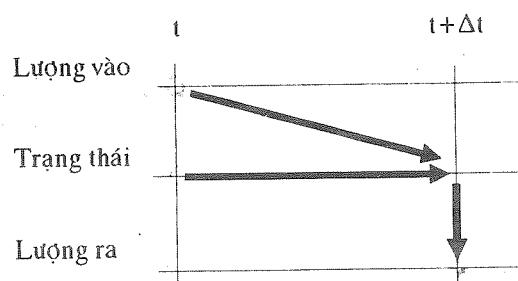
Với sơ đồ mô hình lưu vực sông Lô như hình 3 thì trình tự tính toán cũng như dự báo trên máy vi tính được thực hiện lần lượt từ trạm có số hiệu lớn trên dòng chính về hạ lưu rồi sông nhánh từ thượng lưu về hạ lưu. Mỗi mô hình đoạn sông đều bao gồm diễn toán dòng chảy theo Kalinin - Miliukov - Nash và cập nhật theo kỹ thuật hiệu chỉnh tức thời hoặc lọc Kalman.

2.2. Kết quả tính toán theo mô hình với kỹ thuật cập nhật sai số

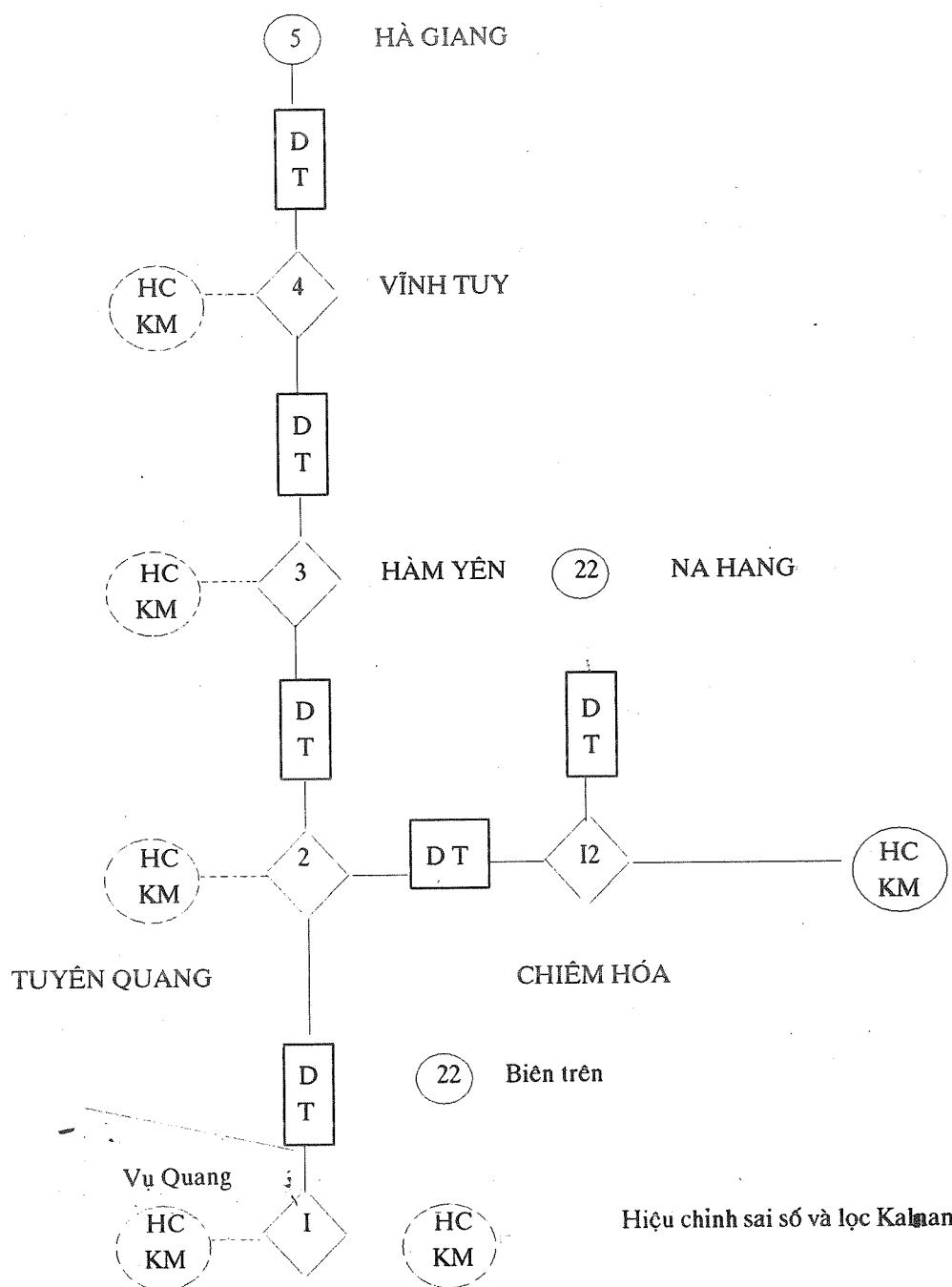
Để thiết lập mô hình chung đã sử dụng tập số liệu phụ thuộc là 8 mùa lũ (từ I - IV - I5 - X) các năm 1980 - 1987 với phương pháp tìm kiếm trực tiếp để tối ưu hóa các tham số của mô hình bộ phận. Các tham số n_i và K_i tìm được theo số liệu mỗi năm được lấy làm cơ sở xác định cập tham số trung bình cho mọi mùa lũ. Ở đây, tham số n được lấy làm những số nguyên dương. Bộ thông số trung bình lại được dùng vào tính toán dòng chảy mùa lũ của các năm 1980 - 1987. Kết quả tính toán theo mô hình được hiệu chỉnh liên tục bằng kỹ thuật cập nhật sai số. Nhằm kiểm tra tính ổn định của mô hình và khả năng ứng dụng mô hình vào dự báo dòng chảy mùa lũ đã tính toán thử mô hình trên tập số liệu độc lập gồm 2 mùa lũ 1988, 1989. Trong mọi trường hợp đều lấy thời đoạn tính toán là 12 giờ. Các tham số n, k xác định được trong quá trình tối ưu hóa ở các mô hình thành phần được trình bày ở bảng 1



Hình 1- Sơ đồ mô phỏng biến trạng thái của chuỗi bể chứa liên tục



Hình 2- Sơ đồ rời rạc hóa mô hình trong tính toán và dự báo



Hình 3- Sơ đồ mô hình tổng quát hệ thống sông Lô

Kết quả xác định các tham số n , k của các mô hình thành phần cho thấy thời gian truyền lũ K (giờ) ở mỗi đoạn sông trong 8 năm số liệu là khá ổn định. Nhìn chung, kết quả xác định thời gian truyền lũ trung bình không mâu thuẫn với những kết quả nghiên cứu trước đây [2].

Bảng 1- Các tham số n, k tối ưu của mô hình

Mô hình	1980		1981		1982		1983		1984		1985		1986		1987		T.bình	
	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k	n	k
HG - VT	1	0,66	2	0,39	1	0,68	6	0,17	5	0,18	6	0,18	1	0,66	2	0,60	3	0,30
VT - HY	1	0,88	2	0,42	1	1,55	1	0,73	3	0,34	2	0,44	3	0,37	3	0,34	3	0,33
NH - CH	1	0,52	1	1,08	2	0,83	1	0,42	3	0,23	1	0,65	1	0,71	3	0,16	1	0,65
HY - TQ	5	0,19	7	0,17	1	0,98	4	0,33	7	0,17	7	0,16	4	0,26	6	0,18	4	0,25
CH - TQ	4	0,27	4	0,38	3	0,38	4	0,35	1	1,85	1	1,64	2	1,01	2	0,81	3	0,53
TQ - VQ	2	0,63	1	1,48	1	1,37	1	1,75	1	1,48	1	1,42	1	1,22	2	0,62	1	1,50

Với tập số liệu phụ thuộc mùa lũ 8 năm 1980 - 1987, kết quả tính toán khi sử dụng kỹ thuật hiệu chỉnh liên tục sai số đã đạt khá tốt cả về mô phỏng đường quá trình lũ định lũ. Độ chính xác của tính toán được đánh giá theo các chỉ tiêu quen biết đã được trình bày trong [1], trong đó, hệ số tương quan giữa kết quả tính toán và thực do tại tuyến Vĩnh Tuy thay đổi trong phạm vi 0,80 - 0,96, trung bình là 0,90; tuyến Hàm Yên : 0,83 - 0,96; trung bình là 0,94; tuyến Chiêm Hóa : 0,84 - 0,99, trung bình là 0,96; tuyến Tuyên Quang: 0,88 - 0,98, trung bình là 0,95 và tuyến Vũ Quang: 0,98 - 0,99, trung bình là 0,99. Kết quả tính toán lưu lượng định lũ cũng đạt yêu cầu, sai số trung bình chỉ dưới 2%.

Sử dụng bộ tham số n, k trung bình vào mô phỏng quá trình dòng chảy mùa lũ sông Lô với tập số liệu độc lập năm 1988 và 1989 cũng cho kết quả tốt. Hệ số tương quan thay đổi từ 0,88 đến 0,99, trung bình là 0,96.

Kết quả tính toán chứng tỏ rằng, mô hình với các tham số tối ưu và kỹ thuật hiệu chỉnh liên tục sai số khá thích hợp với việc mô phỏng quá trình dòng chảy mùa lũ trên hệ thống sông Lô - Gâm và hoàn toàn đáp ứng được những yêu cầu của tính toán và dự báo dòng chảy lũ.

2.3. Ứng dụng kỹ thuật lọc Kalman vào tính toán và dự báo dòng chảy lũ

Như trình bày trong [1], việc phối hợp mô hình Kalinin- Miliukov - Nash với lọc Kalman có khả năng tạo ra một công cụ tính toán và dự báo ngắn hạn khá hữu hiệu.

Trong mô phỏng quá trình dòng chảy lũ sông Lô với tập số liệu mùa lũ các năm 1980 - 1989 với thời đoạn 12 giờ đã kết hợp mô hình Kalinin - Miliukov - Nash và kỹ thuật lọc Kalman. Theo bộ tham số tối ưu trung bình tìm được ở trên đã tiến hành tính dòng chảy mùa lũ ở các mô hình thành phần phối hợp với lọc Kalman. Kết quả tính toán cho thấy rằng, mô hình Kalinin - Miliukov - Nash với lọc Kalman cho phép nâng cao đáng kể mức độ chính xác trong việc mô phỏng quá trình dòng chảy cũng như đỉnh lũ. Độ chính xác của kết quả đã được đánh giá theo những chỉ tiêu trình bày trong [1], trong đó hệ số tương quan giữa quá trình tính toán và thực do ở tất cả các tuyến thay đổi trong phạm vi 0,86 - 0,99, trung bình là 0,98. Chỉ tiêu hiệu quả trung bình của dự tính trước thời hạn 12 giờ đến 48 giờ ở các trạm đều trên 0,80 chứng tỏ khả năng ứng dụng mô hình với lọc Kalman vào dự báo quá trình dòng chảy mùa lũ trên hệ thống sông Lô - Gâm. Tuy nhiên, cần phải lưu ý rằng, ở

đoạn Hà Giang - Vĩnh Tuy, do dòng chảy khu giữa lớn và không ổn định theo không gian và thời gian nên chất lượng mô phỏng chỉ đạt yêu cầu. Các chỉ tiêu đánh giá chất lượng mô phỏng quá trình dòng chảy được trình bày trên bảng 2. Trên hình 4 là sơ đồ tiến hành dự báo theo mô hình với kỹ thuật cập nhật dự báo đã trình bày ở trên.

Bảng 2- *Chỉ tiêu đánh giá kết quả tính toán quá trình dòng chảy lũ sông Lô theo mô hình Kalinin - Miliukov - Nash với lọc Kalman*

T R A	Số liệu phụ thuộc 1980 -1987												Số liệu độc lập 1988,1989					
	Hệ số t. quan			Hệ số hiệu quả			S.số đỉnh lũ, %			Hệ số t. quan			S.số đỉnh, %					
	max	min	tb	max	min	tb	max	min	tb	max	min	tb	max	min	tb			
VT	0,96	0,80	0,90	0,83	0,61	0,78	16,9	-36,8	-1,9	0,95	0,88	0,91	8,7	-4,6	0,4			
HY	0,98	0,83	0,94	0,88	0,62	0,82	24,0	-26,8	-1,2	0,96	0,89	0,93	4,4	-6,1	-1,1			
CH	0,99	0,84	0,96	0,85	0,60	0,80	29,6	-30,0	1,32	0,97	0,97	0,97	7,6	-3,5	1,95			
TQ	0,99	0,88	0,95	0,89	0,64	0,83	12,5	-13,1	0,05	0,98	0,96	0,97	6,1	-9,1	-0,8			
VQ	0,99	0,98	0,99	0,91	0,68	0,88	7,6	-12,8	-0,4	0,99	0,98	0,98	3,7	-5,2	-0,4			

Ghi chú cho bảng 1,2:

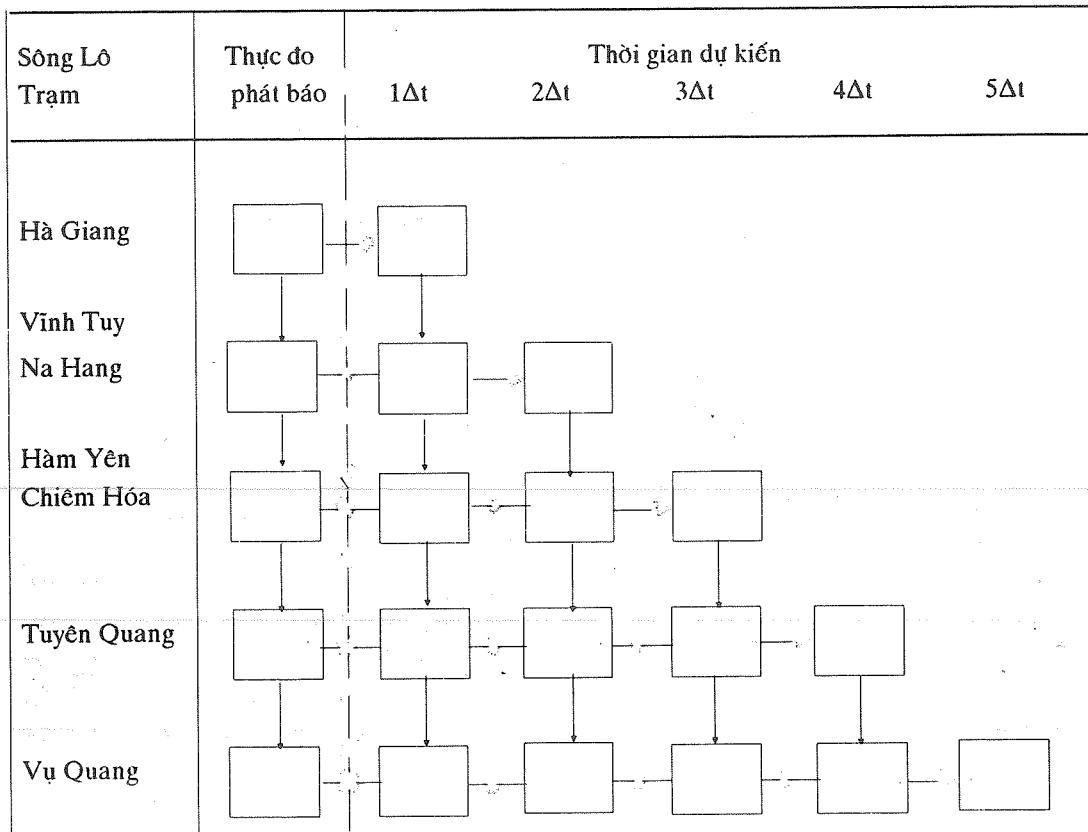
HG - trạm Hà Giang; VT - Vĩnh Tuy; HY- Hàm Yên; CH- Chiêm Hóa

NH- trạm Na Hang; TQ- Tuyên Quang; VQ- Vụ Quang.

Hiển nhiên, để dùng mô hình trên đây với kỹ thuật hiệu chỉnh liên tục sai số hoặc lọc Kalman thì việc ứng dụng một mô hình mưa dòng chảy vào tổng hợp dòng khu giữa khi có mưa lớn là một hướng có khả năng nâng cao hơn nữa mức đảm bảo của tính toán và dự báo.

KẾT LUẬN

Mô hình Kalinin - Miliukov - Nash với thuật tìm kiếm trực tiếp tối ưu hóa tham số, kỹ thuật hiệu chỉnh liên tục sai số và lọc Kalman để cập nhật dự báo là một công cụ có mức đảm bảo cao trong mô phỏng quá trình dòng chảy mùa lũ trên hệ thống sông Lô - Gâm. Mô hình cho phép dự báo ngắn hạn dòng chảy mùa lũ (từ I - VI đến 15 - X) tại các tuyến Vĩnh Tuy, Hàm Yên, Chiêm Hóa, Tuyên Quang, Vụ Quang với thời gian dự kiến từ 12 giờ đến 48 giờ với mức đảm bảo trên 80%. Việc tính toán và dự báo có thể thực hiện một cách nhanh chóng nhờ sử dụng hệ chương trình HOMSEQ.



- Dự báo theo mô hình Kalinin - Miliukov - Nash
- Dự báo biên trên
- Cập nhật dự báo bằng kỹ thuật hiệu chỉnh sai số hoặc lọc
- Lưu lượng thực do dự báo

Hình 4- Sơ đồ tổ chức dự báo theo mô hình

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Bắc Huỳnh. Ứng dụng kỹ thuật lọc Kalman vào tính toán, dự báo dòng chảy - Tập san KTTV, số 11, 1990.
2. Lê Bắc Huỳnh. Một phương pháp tính toán và dự báo dòng chảy lũ sông Lô - Tập san KTTV, số 7, 1991.
3. Szollosi - Nagy. The discretization of the continuous linear cascade by means of state space analysis. -Journal of Hydrology, 58 (1982), p. 223-236.
4. Application of microcomputers to Hydrological Forecasting.- Proceedings and papers of International Hydrological course. 1983.
5. Hakanyi K., Balint G.A Korlátos linneáris rendszermodell alkalmaza'sa csapade'kból származó lefolyás sza'mítására.-Vizugyi Kozlemények. LXVII, Évfolyam, 1985.