KHẢ NĂNG DỰ BÁO MƯA VỪA - MƯA LỚN BẰNG SỬ DỤNG HÀM TRỰC GIAO TỰ NHIÊN

PGS.PTS Nguyễn Văn Tuyên
Trung tâm quốc gia dự báo KTTV

1. Mở đầu

Dự báo mưa, đặc biệt là mưa vừa - mưa lớn, ở vùng nhiệt đới từ trước đến nay bao giờ cũng là việc hết sức khó khăn. Tuy có khá nhiều công trình nghiên cứu, nhưng vẫn chưa có được phương pháp khách quan có hiệu năng thực sự, áp dụng được cho mọi khu vực.

Việc sử dụng hàm trực giao tự nhiên trong dự báo mưa lớn được nhiều Trung tâm dự báo thực hiện, kể cả khi sử dụng sản phẩm mô hình số trị để chọn tương tự khách quan [3]. Trong xu hướng phát triển hiện nay, việc xây dựng phương pháp khách quan hoặc khách quan hóa phương pháp synop dự báo thời tiết đang được phát triển mạnh mẽ. Sử dụng hàm trực giao tự nhiên trong dự báo thời tiết đáp ứng được yêu cầu đó.

Xác định chỉ tiêu dự báo bằng phương pháp phân sóng (phân ba) đã từng được sử dụng trong dự báo thời tiết và cả trong điều khiển quá trình công nghệ [1,3]. Sử dụng hàm trực giao vào chọn tương tự và xác định chỉ tiêu dự báo mưa vừa - mưa lớn cho Tây Nguyên là mục đích và nội dung của bài viết này.

2. Phân tích trường ra các thành phần trực giao tự nhiên

2.1. Tóm tắt cơ sở lý thuyết

- Trường một yếu tố khí tượng nào đó được xem như một hàm phụ thuộc vào không gian x, y, z và thời gian t. Nếu cố định một biến không gian hay thay nó bằng một biến hàm, ví dụ biến z thay bằng mực đẳng áp/ đẳng cao sao cho khi ấy trường yếu tố khí tượng chỉ còn phụ thuộc vào x, y, t đối với một mực đẳng áp / đẳng cao cụ thể, ta ký hiệu hàm là F (x, y, t). Khi chúng được cho trước ở n điểm rời rạc trong không gian vào các thời điểm t = 1, 2 ..., m ta sẽ có trường yếu tố khí tượng ở m thời điểm. Ví dụ, có độ cao địa thế vị ở mực 850 hPa tại n trạm quan trắc trong 1 = 1,2, ..., m thời điểm, ta phải phân tích F (x, y, t) ra thành tổng của tích giữa các hàm chỉ phụ thuộc vào không gian và các hàm chỉ phụ thuộc vào thời gian:

$$F_{ij}(x,y,t) = \sum_{k=1}^{n} X_{kj}(x,y).T_{ik}(t) \qquad (1)$$

$$i=1,2,...,m$$
$$j=1,2,...,n$$

ở đây i là số trường hợp (số quan sát, có thể là số ngày), j là số điểm trong không gian.

Việc phân tích nhằm xác định các hàm X_{kj} và T_{ik} sao cho

$$\sum_j X_{hj} . X_{gj} = 0 \ (h \neq g) \qquad (2)$$

và $$\sum_j T_{hj} \ T_{gj} = 0 \ (h \neq g) \qquad (3)$$

Khi ấy các hàm X_{kj} (x,y) được gọi là các hàm trực giao và T_{ik} (t) cũng là các hàm trực giao. Các hàm trực giao X (x,y) mô tả đặc điểm về mặt hình thế của trường yếu tố mà ta khai triển, còn T (t) thường được gọi là các hệ số khai triển.

Có nhiều cách xác định X (x,y), nhưng thường dùng hơn cả là từ ma trận quan sát ta tìm được ma trận hiệp phương sai hay ma trận tương quan. Ma trận loại này bao giờ cũng là ma trận vuông và đối xứng thực mà từ đó ta có thể xác định được các trị riêng của ma trận và tương ứng với các trị riêng là các véc - tơ riêng có tính chất trực giao. Từ các véc -tơ riêng ta lại xác định được các hệ số khai triển T (t) cũng có tính trực giao theo công thức:

$$T_{hi}(t) = \sum_k (F_{ik}(x, y, t). X_{hk}(x, y)) \, / \sum_k X_{hk}{}^2 (x, y) \qquad (4)$$

- Các hàm X (x,y) thường dùng mô tả hình thế của trường mà ta đem phân tích, còn T (t) thường dùng làm các nhân tố dự báo như chúng tôi đã từng phối hợp nghiên cứu với tác giả T.V. Thư trong phân tích dự báo bão và N.N. Thạch trong phân tích dự báo không khí lạnh trước đây.
- Trong việc đánh giá kết quả phép khai triển trường ra hàm trực giao tự nhiên thì quan trọng nhất là mức độ tập trung thông tin theo công thức 5 dưới đây:

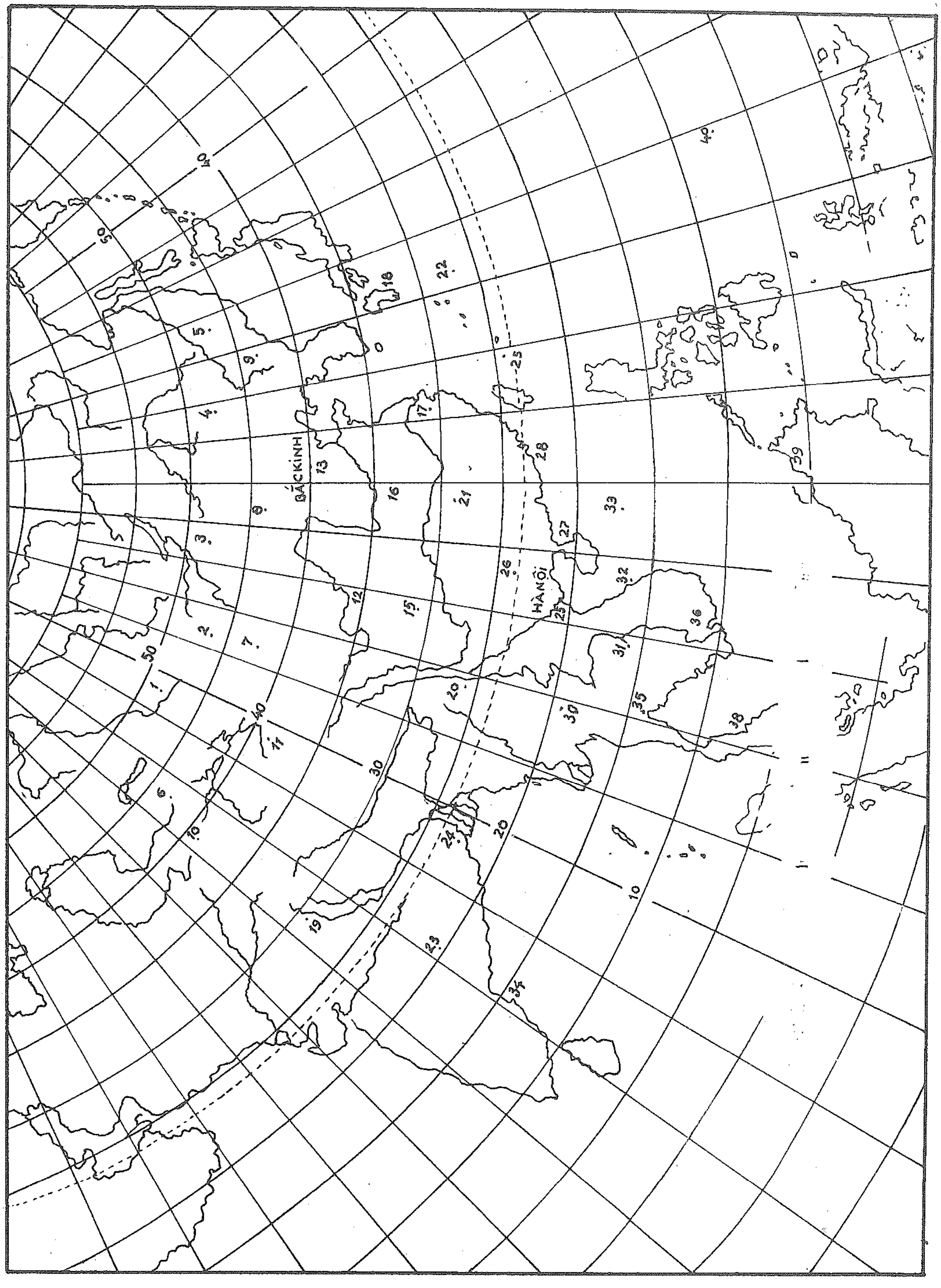
$$R^2 = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \, / \sum_{i=1}^{n} \lambda i \qquad (5)$$

Ở công thức này λi là trị riêng thứ i, k<< n, 0<= R^2<=1.

2.2. Những kết quả khai triển số liệu thực tế

Chúng tôi tiến hành khai triển bước đầu trên 2 trường khí áp bề mặt và độ cao địa thế vị mức 850 hPa.

- Về mạng lưới điểm (trạm) chúng tôi chọn 40 trạm trên bản đồ Âu Á, phân bố tương đối đều, chiếm một miền từ vĩ độ φ = 5N đến $\varphi = 50^0$N và từ kinh độ 75^0E đến 135^0E. Khi chọn tập hợp điểm này chúng tôi đã phải khảo sát sao cho trạm được chọn phải có đủ số liệu trên tất cả các mực đẳng áp tiêu chuẩn, đồng thời tập hợp điểm lại có phân bố theo không gian tương đối đều. Thỏa mãn được những điều kiện đó đối với khu vực số liệu thưa là hết sức khó khăn (hình 1).



Hình 1. Mạng lưới trạm thu thập số liệu trường

- Chúng tôi chọn 2 tập, mỗi tập gồm 112 trường hợp, tập không lớn, nhưng cũng không nhỏ. Chúng bao gồm tất cả các cấp mưa và từ tháng V đến tháng XI. Tiếp theo, lấy 2 tập nữa, mỗi tập 214 trường hợp của mùa mưa năm 1990.

Việc khai triển trường ra hàm trực giao tự nhiên được tiến hành cho trường hợp khí áp bề mặt (Po) và độ cao địa thế vị mực 850hPa (H850).

- Với 2 tập số liệu đầu ta có các kết quả sau:

+ Đối với trường Po, kết quả thu được được đánh giá qua độ tập trung thông tin - độ hội tụ là rất tốt.

Bảng 1. Độ hội tụ trong phép khai triển trường Po (với m=112)

λi	1	2	3	4	5	6
R^2(%)	91,4	94,4	95,8	96,8	97,5	98,0

Bảng 1 cho thấy, xếp các trị riêng theo thứ tự giảm dần (trị riêng lớn nhất được xếp thứ nhất, trị riêng lớn thứ hai được xếp thứ hai. v.v...) thì chỉ cần 3 trị riêng đầu tiên ta đã có độ hội tụ R^2= 95,8% hay sai số của phép khai triển là

$$W^2 = 1 - R^2 = 4,2\%$$

+ Còn đối với trường H850 thì tốc độ hội tụ chậm hơn.

Bảng 2. Độ hội tụ trong phép khai triển trường H850 (với m=112)

λi	8	9	10	11	12	13	14	15
R^2(%)	90,9	92,2	93,3	94,2	95,0	95,6	96,1	96,5

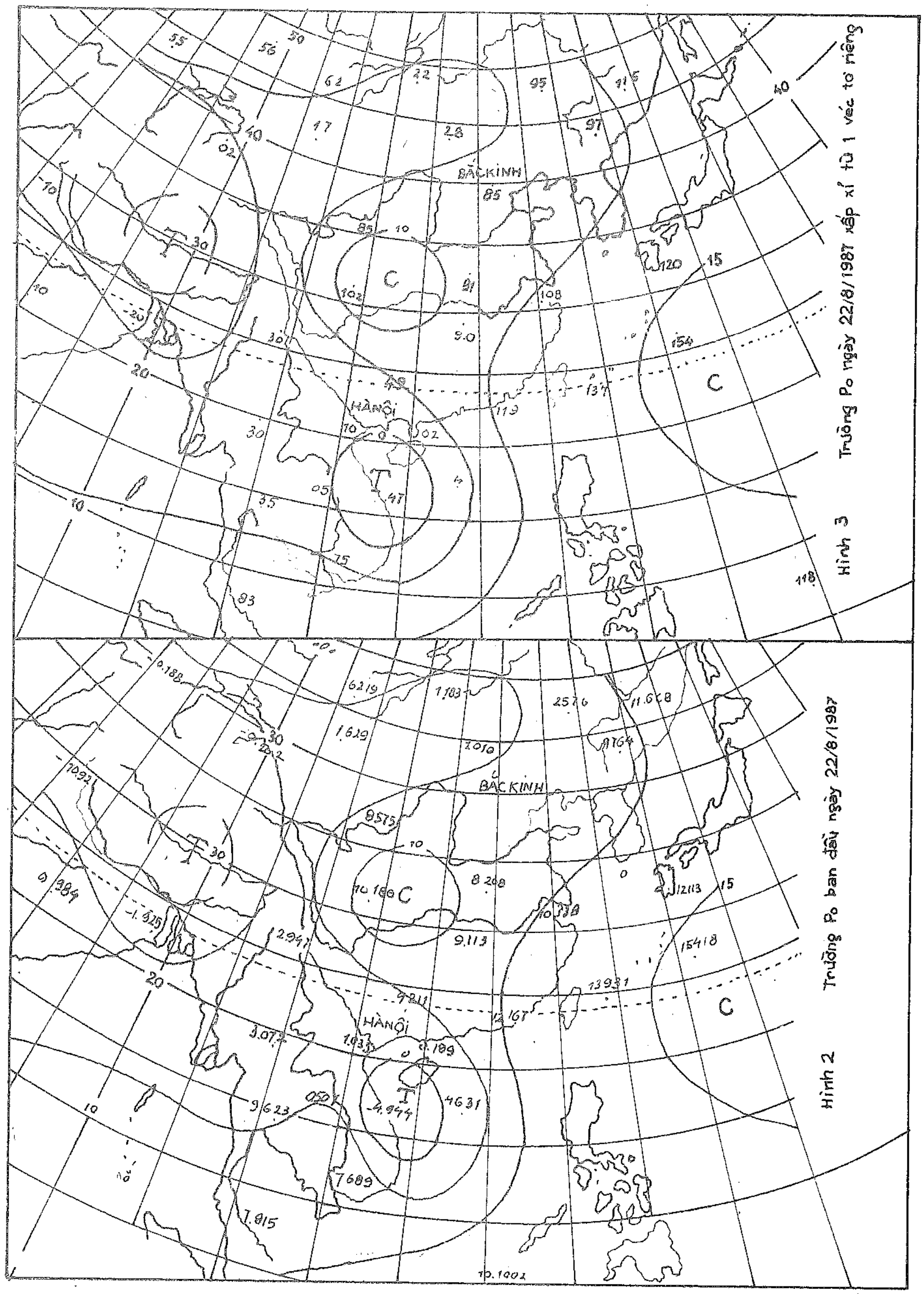
Bảng 2 cho thấy, để đạt được độ hội tụ 90,9%, phải lấy tới 8 trị riêng, để đạt được độ hội tụ 95%, phải lấy tới 12 trị riêng và khi ấy sai số của phép xấp xỉ sẽ là

$$W^2 = 1 - R^2 = 5\%$$

Đứng về mặt toán học mà nói thì phép giải ma trận hiệp phương sai ở đây là khá tốt, ngay cả với H850, vì ma trận của chúng ta ở đây với bậc 40 có tới 1600 phần tử.

+ Phép khai triển trường ra hàm trực giao tự nhiên không chỉ được đánh giá qua độ hội tụ R^2 mà còn được chứng tỏ ở độ chính xác khi xấp xỉ ngược trở lại trường ban đầu với k véc - tơ đầu tiên, khi k << n. Ở đây chúng tôi muốn chứng tỏ điều đó qua một ví dụ khi xấp xỉ trở lại trường Po ngày 22/VIII/1987 chỉ với một véc - tơ riêng đầu tiên (k=1) tương ứng với λ_1 lớn nhất.

Trên hình 2 là trường Po ban đầu ngày 22-VIII-1987 và trên hình 3 là trường Po xấp xỉ bằng một véc - tơ riêng đầu tiên mà như trên đã nói, chúng chỉ sai khác nhau có 8,6%.



Hình 3 Trường Po ngày 22/8/1987 xấp xỉ từ 1 véc tơ riêng

Hình 2 Trường Po ban đầu ngày 22/8/1987

- Với 2 tập sau (mỗi tập 214 trường hợp) ta có các kết quả như dưới đây:

+ Khi phân tích tập Po ta cũng thu được độ tập trung thông tin khá tốt, với λ_4 đã tập trung trên 95% thông tin, so với tập có số trường hợp nhỏ hơn gấp 2 lần, độ hội tụ cũng chỉ chậm hơn 1 trị riêng.

Bảng 3. Độ hội tụ trong phép khai triển trường Po (với m=214)

λi	2	3	4	5	6	7	8	9
R^2(%)	93,2	94,6	95,7	96,4	96,9	97,4	97,9	98,2

+ Với tập H850 có 214 trường hợp, độ hội tụ cũng chậm hơn tập 112 trường hợp 1 trị riêng (bảng 4).

Bảng 4. Độ hội tụ trong phép khai triển trường H850 (với m=214)

λi	9	10	11	12	13	14	15	16
R^2(%)	90,4	91,5	92,5	93,4	94,1	94,7	95,3	95,8

Để đạt được hội tụ 90,4% ta phải lấy 9 trị riêng. Nếu làm tròn đến phần trăm thì để đạt độ hội tụ 95%, ta cũng phải lấy đến λ_{14}. Song hầu hết trong phép phân tích thông tin, với độ hội tụ 85%, ở đây ta lấy tối đa cũng chỉ đến λ_6. Như vậy, chứng tỏ phép khai triển ở đây đạt được kết quả nén thông tin tốt.

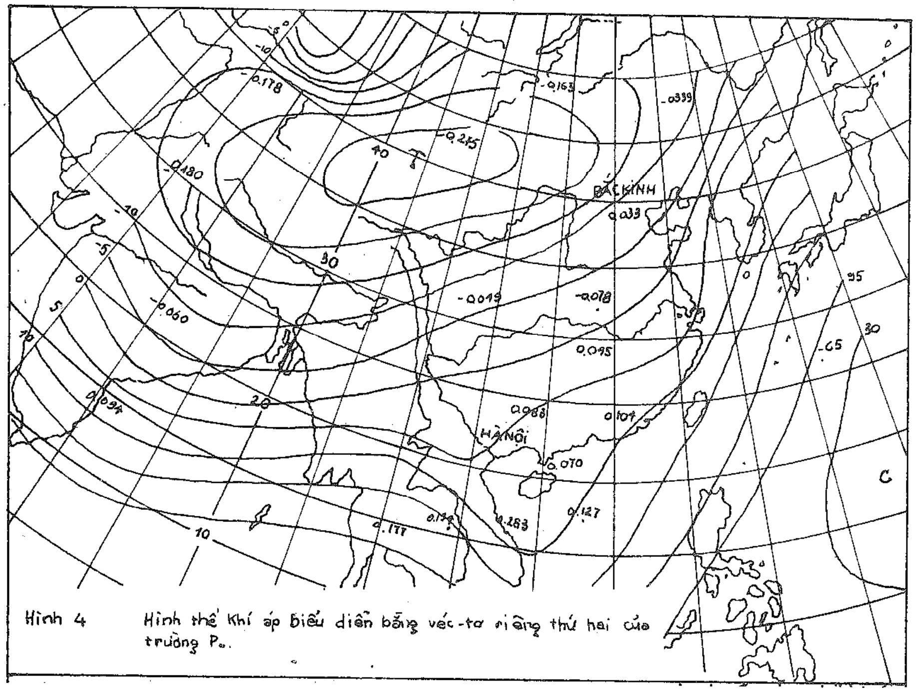
Trong trường hợp cần chi tiết hơn, ta sẽ phân tích riêng cho số liệu từng tháng với tập có kích thước trên 100 đến vài trăm là đủ. Đối với tập có kích thước << 100 thì cần phải áp dụng "thủ thuật" riêng, ở đây chưa bàn đến.

3. Về khả năng khách quan hóa các mẫu hình thời tiết gây ra mưa vừa - mưa lớn

- Để khách quan hóa các mẫu hình thời tiết, chủ yếu dựa vào việc phân tích trường một yếu tố chủ đạo như khí áp (hoặc độ cao địa thế vị) ra các thành phần trực giao tự nhiên. Các véc - tơ riêng xếp theo thứ tự giảm dần của các trị riêng thì những véc - tơ đầu thường mô tả được cơ chế hoàn lưu hoặc hình thế chủ đạo theo không gian và thời gian. Thường những véc - tơ đầu là các hình thế chính, các véc - tơ sau là hình thế phụ. Để dự báo một hiện tượng thời tiết cụ thể thì không phải chỉ dựa vào các hình thế chính, mà cả các hình thế phụ, thường là phải nghiên cứu phân tích cả các thành phần trực giao T(t) bằng việc xem xét mối tương quan giữa yếu tố cần dự báo và các thành phần này theo hệ số tương quan hoặc phương pháp phân sóng (phân ba). Song ở đây do điều kiện hạn chế nên chúng tôi sử dụng kết quả từ công trình [2] để nêu ra vài mẫu hình gây mưa vừa - mưa lớn ở khu vực Tây Nguyên trên cơ sở sử dụng hàm trực giao. Còn phương pháp phân sóng chúng tôi sẽ xem xét ở phần sau, khi xác định chỉ tiêu dự báo.

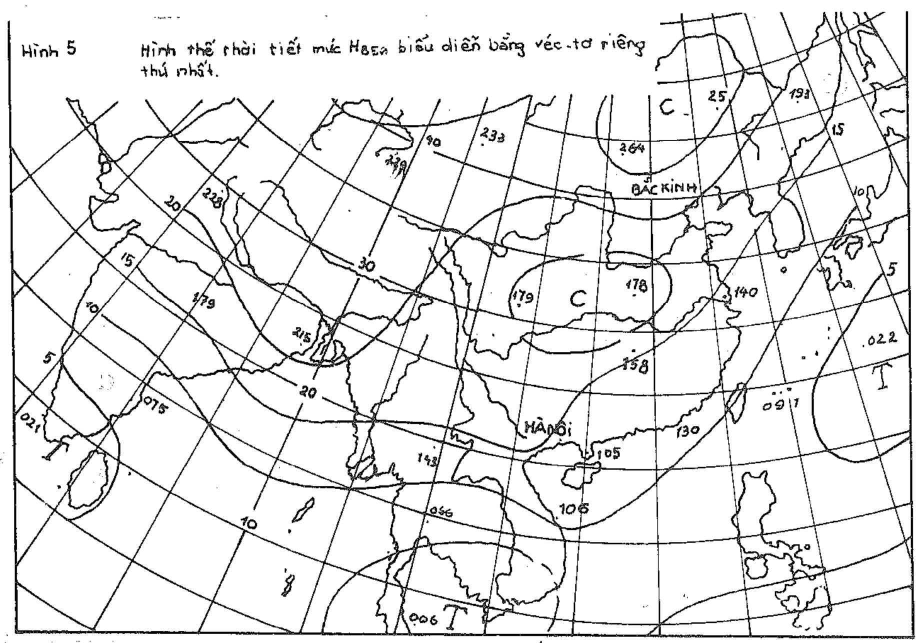
- Với trường Po, qua phân tích T(t), xác định được hình mẫu được biểu diễn trên hình 4 là một trong những hình mẫu cho phép ta dự báo được mưa vừa - mưa lớn khu vực Tây Nguyên. Đây là hình thế mà phía bắc nước ta là một áp thấp khá sâu, áp thấp Ấn Miến lấn sang phía đông, còn phía biển Đông thì cao áp cận nhiệt đới rút ra xa.

Đây là mẫu hình cùng loại với hình thế trên hình 2.1, chương 2, công trình [2], một hình thế gây mưa vừa - mưa lớn ở Tây Nguyên.



Hình 4. Hình thế khí áp biểu diễn bằng véc - tơ riêng thứ hai của trường Po

- Với trường H850, chúng tôi muốn dẫn ra một mẫu hình vừa có ý nghĩa chẩn đoán (sẽ được sử dụng khi có sản phẩm mô hình dự báo số trị) vừa có ý nghĩa dự báo, đó là hình 5. Đây là hình thế mà phía bắc là áp cao, còn phía dưới nó, ở Nam Bộ và phía Ấn Độ cũng như ở Tây Thái Bình Dương là những áp thấp, tạo thành một dải thấp. Mẫu hình này có thể xem như cùng loại với hình thế gây mưa vừa - mưa lớn ở Tây Nguyên trên hình 2.12,[2]. Nó cho ta khả năng dự báo được mưa vừa - mưa lớn ở Tây Nguyên ngay khi ta chưa có sản phẩm dự báo của mô hình số trị (đương nhiên là khi có sản phẩm của mô hình số trị thì vẫn sử dụng được và sử dụng tốt hơn).



Hình 5. Hình thế thời tiết mực H_{850} biểu diễn bằng véc - tơ riêng thứ nhất

4. Chọn chỉ tiêu dự báo từ các hàm trực giao

4.1. Chọn hình thế tương tự

Trong [2] cũng như ở mục trên ta đã dùng các hàm trực giao để biểu diễn các hình thế sy-nốp điển hình, ta đã thấy có khả năng biểu diễn khách quan những hình thế thời tiết. Đã có nhiều tác giả sử dụng chúng để phân loại hình thế thời tiết ra các kiểu chính và phụ. Có thể có 2 cách giải đoán và dự báo dựa trên việc chọn các hình thế tương tự khi sử dụng các hàm trực giao:

- Có thể dùng phương pháp phân tích sy-nốp xác định các hình thế gây ra hiện tượng thời tiết mà ta cần dự báo, sau đó so sánh với hình thế được biểu diễn bằng véc - tơ riêng, xác định véc - tơ riêng biểu diễn được hình thế đặc trưng đó. Như trong công trình [2], chương 2, ta chọn được hình thế 2.12 cho mưa vừa - mưa lớn, đến khi phân tích trường ra hàm trực giao ở chương 3 ta cũng đã chọn được một hình thế tương tự được biểu diễn bằng véc - tơ riêng thứ nhất của trường H850. Cách chọn hình thế tương tự kiểu này còn đang được sử dụng ngay ở các nước phát triển khi khai thác, áp dụng các sản phẩm mô hình vào dự báo tác nghiệp.

- Khi những dự báo viên chưa có nhiều kinh nghiệm trong phân tích và chọn tương tự theo kiểu trên thì hoàn toàn có thể dựa vào một độ đo tương tự giữa 2 trường - véc -tơ (1 véc - tơ là véc - tơ riêng đã xác định nhờ phép khai triển trên và 1 véc - tơ là hình thế khí áp thực tế khi tác nghiệp), như dùng độ đo là hàm cosin của góc α giữa 2 véc - tơ. Ta có thể minh họa bằng 2 ví dụ sau:

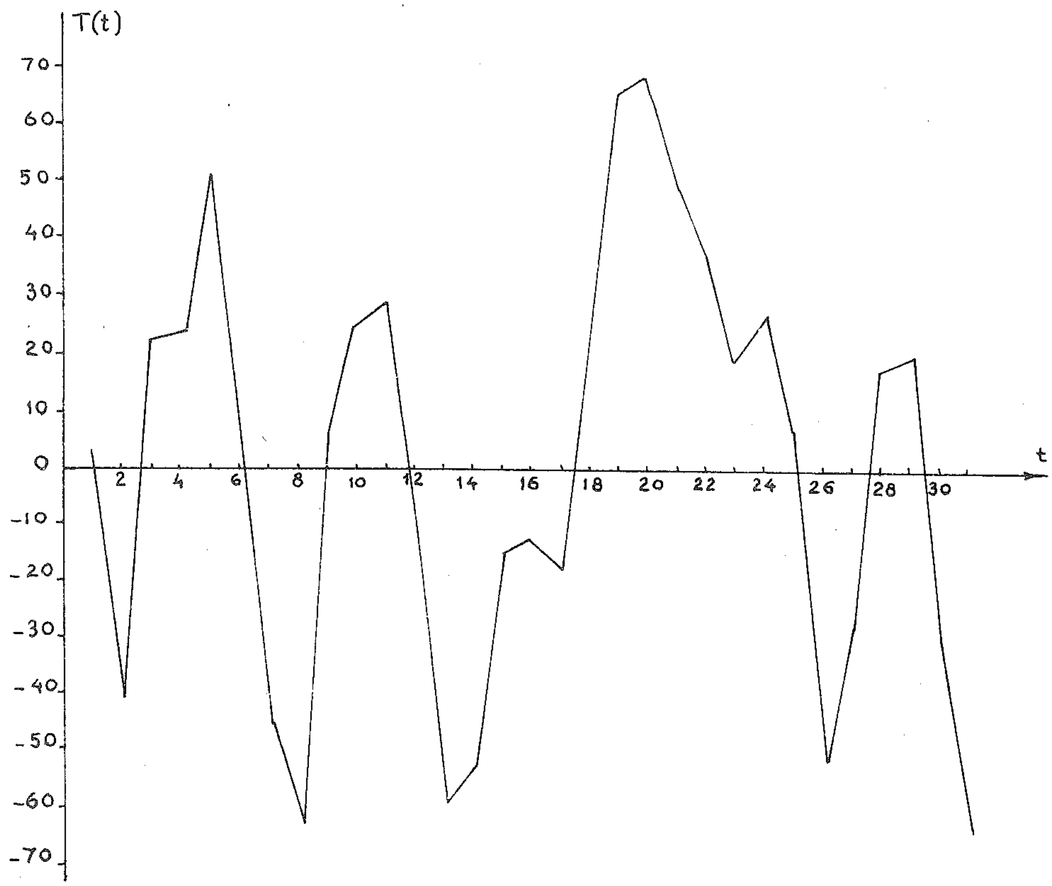
+ Tính $\cos\alpha$ giữa X_1 của H850 ngày 14-X-1990 ta có độ tương tự là 0,69 thì ngày 15-X-1990 còn mưa 38,2mm.

+ Cũng tính độ đo trên cho ngày 16-V-1989, ta có độ tương tự là 0,77 thì ngày 17-V-1989 mưa 44,5mm.

4.2. Chọn chỉ tiêu dự báo từ hàm T(t)

Thông thường, hàm T(t) nói tới ở phần đầu được sử dụng làm các nhân tố dự báo trong các mô hình thống kê hiện đại hoặc mô hình thống kê thủy động. Song cũng có tác giả thành công trong việc chọn chỉ tiêu dự báo từ hàm T(t) bằng phương pháp phân tích sóng (phân ba), thậm chí trong dự báo hạn vừa và hạn dài. Thực tế áp dụng phân tích sóng khá phức tạp, đòi hỏi kỹ năng cao mới hy vọng có kết quả.

Nếu biểu diễn hàm T(t) trên đồ thị, ta sẽ có hình ảnh dao động sóng theo thời gian (hình 6). Nếu chọn đơn vị thời gian là ngày thì hàm $T_{ij}(t)$ (i là chỉ số ứng với véc - tơ riêng i, j là chỉ số thời gian, ứng với số quan sát) có chu kỳ dao động tăng dần. Bằng trực giác ta chỉ có thể phân tích được các hàm $T_{ij}(t)$ có chỉ số i nhỏ. Đối với các $T_{ij}(t)$ có chỉ số i lớn, dao động phức tạp, người ta phải biến đổi thành một tổ hợp của hàm dừng và hàm không dừng, sau đó nhờ phép biến đổi qui mô thời gian đưa về hàm dừng để phân tích. Bằng cách đưa về hàm dừng cho phép dự báo được $T_{ij}(t)$ theo biến trình thời gian.



Hình 6. Biểu diễn dao động của hàm T(t)

Cách phân sóng ở đây ta chỉ thực hiện theo một số nguyên tắc không quá phức tạp:

a) Trước hết khảo sát sự khác nhau giữa 2 trị số trung bình của hàm T_{ij} (t) khi có sự kiện $\bar{m}^R$ và không xảy ra sự kiện $\bar{m}^0$ ta phải có

$$\bar{\bar{m}}_T^R \neq \bar{\bar{m}}_T^0$$

b) Có thể phân tích sóng theo 1 chỉ số hoặc 2 hay nhiều chỉ số i đồng thời. Việc phân tích sóng theo 1 chỉ số thường khó đạt được kết quả. Do đó, ở đây chúng tôi phân tích đồng thời 2 hay nhiều chỉ số.

c) Giá trị ngưỡng thường là một khoảng (từ f^*_1 đến f^*_2) hoặc 2 khoảng khác nhau (f^*_1 đến f^*_2 và f^*_3 đến f^*_4).

d) Các giá trị ngưỡng được xác định (chấp nhận) khi chúng dự báo đúng (nếu là dự báo) hoặc chẩn đoán đúng (nếu là chẩn đoán) $\geq 65\%$.

e) Mọi phép biến đổi trong quá trình phân sóng đều dựa vào các đặc trưng thống kê cơ bản theo không gian hoặc theo thời gian.

Trước khi đưa ra kết quả cuối cùng chúng tôi chỉ xin nêu một vài đặc điểm trong quá trình phân tích:

- Khi phân sóng theo hàm T_{ij} (t) của trường H_{850} chỉ hạn chế i = 1 đến i= 10, đôi khi có xem xét đến i = 11 và i = 12, song chủ yếu là đối với i = 1 đến i = 7.

- Các trị số trung bình $\bar{m}_T^0$ và $\bar{m}_T^R$ khác nhau rõ rệt. Thí dụ, đối với i = 1 hai trị số đó là -8,9118 và -13,38182, biên độ sóng giữa cực tiểu và cực đại có trị số khá lớn, từ -39,256 đến +31,489. Kết quả trên nếu dùng cho mục đích giải đoán (chẩn đoán) thì hoàn toàn có hy vọng tìm được chỉ tiêu.

- Khi phân sóng cho mục đích dự báo thì với hạn báo trước 1 ngày, tức từ thời điểm j (đối với $\bar{m}_T^0$) sang j+1 (đối với $\bar{m}_T^R$), các trị số trung bình trên đây chỉ sai khác nhau khoảng 0,2 (cụ thể là với i = 1 hai trị số đó là -13,20 và -13,38). Dùng phép kiểm tra giả thiết thống kê cũng không khẳng định được sự khác nhau giữa 2 trị trung bình nói trên.

- Những kết quả trên buộc chúng ta phải dùng các phép biến đổi hàm T(t) về hàm f(t) sao cho thực sự thu được $\bar{m}_f^0 \neq \bar{m}_f^R$ ngay cả đối với các thời điểm j và j+1 (cho mục đích dự báo). Kết quả thu được các giá trị tương ứng của chúng là 7,078 và 8,018. Hàm f(t) cũng là một hàm kinh nghiệm phụ thuộc vào thời gian t.

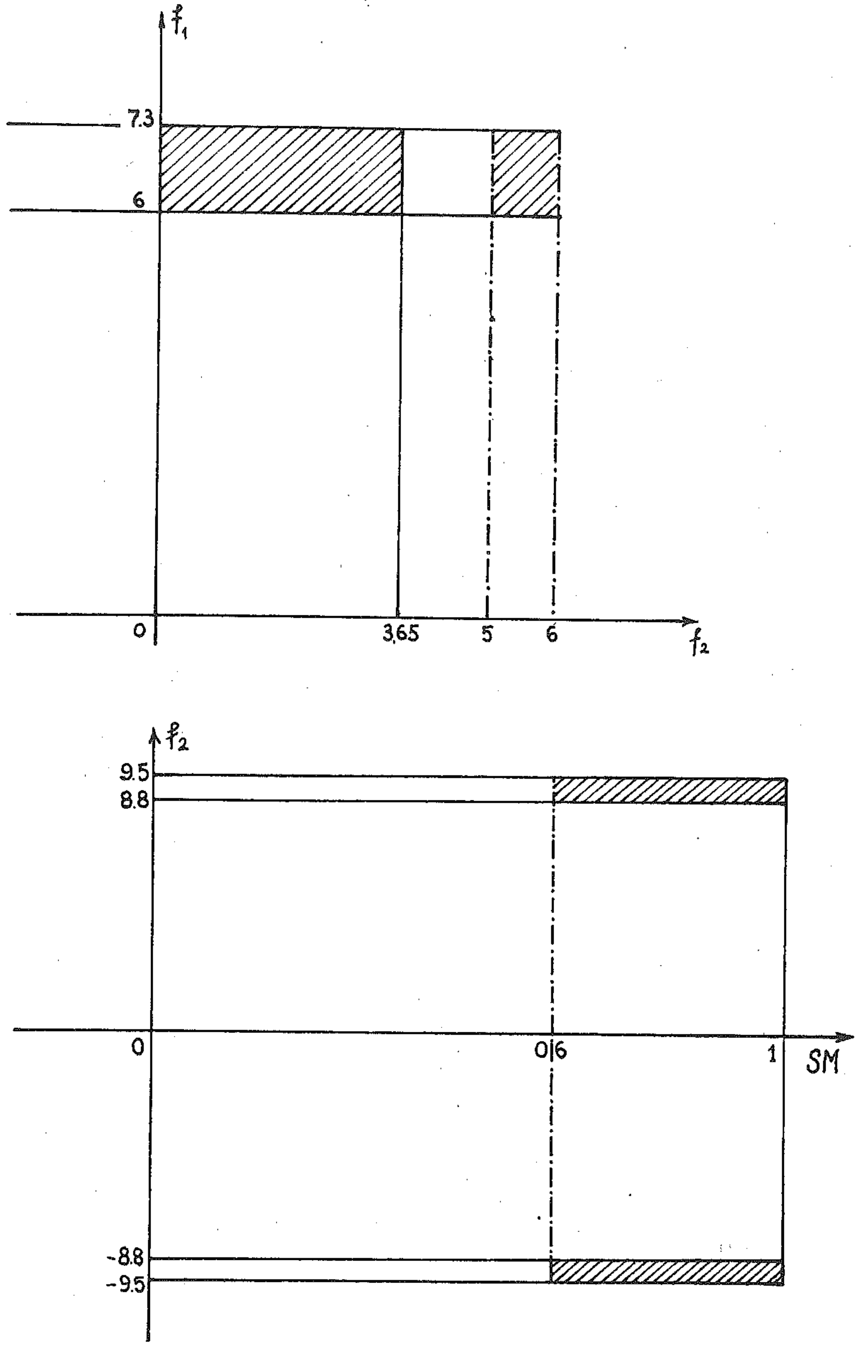
- Trong quá trình phân tích chúng tôi đã phải thực hiện phân tích đồng thời nhiều chỉ số mới thu được kết quả thỏa mãn nguyên tắc d) nói trên.

Kết quả cuối cùng thu được đưa ra trong bảng 5 và hình 7.

Bảng 5 - Chỉ tiêu dự báo mưa vừa - mưa lớn theo hàm T(t) cho khu vực Tây Nguyên

N^0	Hàm	Điều kiện	Chỉ tiêu	Kết quả dự báo		
				Sót	Khống	Đúng
1	T_1 T_2	/Max{Ti}/là T_1 i= 1,7 / Max{Ti}/là T_2 i= 2,7	f_1 = 6-7,3 và $f_2 \begin{cases} < 3,65 \\ \text{hoặc} \\ 5 < f_2 < 6 \end{cases}$	8%	25%	67%
2	T2	/Max{Ti}/là T_2 i= 1,7 đến T_4 $SM = T_2 / \sqrt{(\partial H^2)}$	$f_2 = \begin{cases} 8,8 - 9,5 \\ \text{hoặc} \\ -8,8 - \ -9,5 \end{cases}$ và SM (T2) >0,6	0%	14%	86%
Đánh giá chung				6%	23%	71%

Ghi chú: ∂Hi là độ lệch chuẩn.



Hình 7. Chỉ tiêu dự báo mưa vừa - mưa lớn biểu diễn dưới dạng các miền trong không gian các biến.

Bảng 5 cho thấy chất lượng dự báo đúng hiện tượng mưa vừa - mưa lớn tương đối khả quan, dự báo đúng 71%, dự báo khống 23%, dự báo sót 6%.

Đương nhiên, khi kiểm tra điều kiện của 2 chỉ tiêu trên mà không đạt, khi ấy ta dự báo không có mưa vừa - mưa lớn.

Mưa vừa - mưa lớn ở khu vực Tây Nguyên như đã thấy trong [2] có tần suất rất nhỏ - gần với mức hiện tượng hiếm, vì thế, mức chính dự báo theo chỉ tiêu trên là rất đáng khích lệ.

Để kiểm nghiệm ngẫu nhiên trên số liệu độc lập, lấy số liệu ngày 16-V-1989 để dự báo mưa vừa - mưa lớn cho ngày 17-V-1989, ta có Max {Ti}/ với i = 1,7 là T_1, tương ứng với T_1 là f_1 = 6,38; tính tiếp cho / Max {T_i}/ với i= 2,7 ta có T_2 và tương ứng với nó là f_2 = 5,67. Như vậy, theo chỉ tiêu 1 ta dự báo ngày hôm sau sẽ có mưa vừa - mưa lớn; thực tế ngày 17-V-1989 khu vực Tây Nguyên mưa 44;5 mm

5. Kết luận

- Những kết quả trên đây về phân tích trường, chọn hình thế tương tự và xác định chỉ tiêu dự báo đã chứng tỏ việc dự báo mưa vừa - mưa lớn bằng phương pháp khách quan là hoàn toàn có thể. Đây mới là kết quả nghiên cứu ban đầu, còn có nhiều khả năng hoàn thiện, nâng cao chất lượng chưa được đề cập đến.

- Hướng nghiên cứu của chúng tôi không những đáp ứng nhu cầu hiện tại mà còn hướng về tương lai, áp dụng được cả khi ta có sản phẩm mô hình số trị, dễ dàng xây dựng thành một công nghệ dự báo trên máy điện toán.

Tài liệu tham khảo

1. Iva-khơ-nhen-cô AG. Dự báo các quá trình ngẫu nhiên. Ki-ev, 1971. (Tiếng Nga)

2. Nguyễn Văn Tuyên. Công cụ dự báo mưa khu vực Tây Nguyên. Tập báo cáo kết quả đề tài của Chương trình lũ miền Trung. Cục Dự báo, Tổng cục KTTV, 1993.

3. Xia Jiang Quo. On interpretation of direct Model Output Products. UNDP/WMO Training workshop on Use of NWP Products. Singapore, 1990.