

# ÁP DỤNG MÔ HÌNH ĐỘNG THÁI ARIMA VÀ PHẦN MỀM THỐNG KÊ SAS TRONG VIỆC XÂY DỰNG MÔ HÌNH DỰ BÁO LƯỢNG MƯA VỤ ĐÔNG Ở KHU VỰC HÀ NỘI

KS. Dương Văn Khảm

Viện Khí tượng Thủy văn

*Đặt vấn đề: Năng suất và chất lượng sản phẩm của cây trồng vụ đông được quyết định bởi nhiều yếu tố, trong đó lượng mưa là một trong những yếu tố quan trọng. Đối với các ngành sản xuất nông nghiệp, thủy lợi, điện lực nếu dự báo được lượng mưa từ tháng 10 năm trước đến tháng 1 năm sau (gọi là lượng mưa vụ đông) sẽ có kế hoạch bố trí gieo trồng, tưới tiêu, phát điện hợp lý...*

## 1. Tổng quan về phần mềm thống kê SAS

Phần mềm thống kê SAS (Statistical analysis system) do Viện nghiên cứu phần mềm SAS (SAS Institute Inc.) của Mỹ xây dựng và hiện được sử dụng ở 120 quốc gia và khoảng 30 triệu người trực tiếp sử dụng. SAS là hệ thống các phần mềm thống kê với đầy đủ các chức năng thống kê như lưu trữ, quản lý, kiểm tra, phân tích, xử lý số liệu, được ứng dụng rộng rãi trong các lĩnh vực thống kê, tài chính, sản xuất, giao thông vận tải, thông tin, khí tượng, giáo dục, nghiên cứu khoa học .... SAS bao hàm nhiều mô hình thống kê như: mô hình dự báo ARIMA (Box-Jenkins) và ARIMA(Box-Tiao), mô hình tự hồi qui AUTOREG, mô hình dự báo FORECAST, mô hình phân tích phổ SPECTRA, mô hình trạng thái không gian STATESPACE, các mô hình hồi qui tuyến tính bội, phi tuyến tính bội .... Ngoài ra các dạng số liệu còn được linh hoạt thể hiện bằng các bảng, biểu đồ, hình vẽ. SAS đã được quốc tế công nhận là hệ thống phần mềm tiêu chuẩn.

## 2. Khái quát về mô hình ARIMA

### a. Tính ổn định ngẫu nhiên của chuỗi thời gian

Mô hình ARIMA là mô hình cơ bản theo phương pháp của Box và Jienkins. Nó chỉ được áp dụng đối với quá trình thời gian là ổn định ngẫu nhiên. Chuỗi thời gian được coi là ổn định ngẫu nhiên nếu nó thỏa mãn 2 điều kiện 1) Với bất kỳ thời gian  $t$  nào kỳ vọng toán học của nó luôn là một hằng số. 2) Đối với bất kỳ thời gian  $t_i$  và  $t_j$  nào thì hàm tự tương quan chỉ phụ thuộc vào đại lượng dịch chuyển  $\tau=t_i-t_j$ , còn tại thời điểm  $t_i$  và  $t_j$  thì nó không phụ thuộc. Để kiểm tra một chuỗi thời gian là ổn định ngẫu nhiên có rất nhiều phương pháp mà chủ yếu là dựa vào hàm tự tương quan. Lý thuyết thống kê đã chứng minh rằng, đối với một chuỗi thời gian nếu giá trị hệ số tự tương quan của chuỗi nằm trong khoảng  $(-\sigma, +\sigma)$  và nó tiến dần về 0 thì chuỗi thời gian đó được coi là ổn định ngẫu nhiên, trong đó  $t$  là giá trị tra bảng hàm phân bố  $F(t)$  với mức  $\alpha=0,05$ ,

$$\sigma = 1/\sqrt{n}$$

$n$  là độ dài chuỗi.

Trong thực tế rất nhiều các hiện tượng tự nhiên, cũng như các hiện tượng kinh tế xã hội biến đổi theo xu thế tăng hoặc giảm hoặc theo chu kỳ, mùa, vụ, cấu thành chuỗi thời gian bất ổn định ngẫu nhiên. Để loại bỏ tính bất ổn định ngẫu nhiên của

nó, SAS sử dụng phương pháp sai phân  $\nabla^d y_t = \nabla^{d-1}(y_t - y_{t-1})$  với  $d$  là bước sai phân,  $d=1,2,\dots,n-1$ . Với mỗi bước sai phân đều căn cứ vào hệ số tự tương quan của chuỗi mới để kiểm tra tính ổn định ngẫu nhiên. Nhiều chuỗi thời gian phải sai phân nhiều bước mới loại được tính bất ổn định ngẫu nhiên. Kết hợp mô hình AR và MA với phương pháp sai phân cấu thành nên mô hình ARIMA (auto-regressive integrated moving average). Như vậy, mô hình ARIMA có thể áp dụng đối với cả chuỗi bất ổn định.

### b. Mô tả tổng quan về mô hình ARIMA

Giả sử ta có chuỗi thời gian ổn định ngẫu nhiên hoặc bất ổn định ngẫu nhiên  $Y_t (t=1,2,\dots,n)$  thì dạng thức cơ bản của mô hình ARIMA với bước tự hồi qui  $p$ , bước sai phân  $d$  và bước trượt  $q$ , ký hiệu ARIMA( $p,d,q$ ) được viết dưới dạng tham số hoá như sau:

$$W_t = \mu + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} a_t \quad (1)$$

Trong đó:

$$W_t = \nabla^d Y_t$$

$\mu$  là giá trị trung bình

$B$  là phép tính chuyển lùi  $BW_t = w_{t-1}$  Khi đó  $B^k W_t = w_{t-k}$

$\Phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$ ,  $\Theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$  là các phép toán tự hồi qui và trung bình trượt.

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ ;  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  là các tham số tự hồi qui và các tham số trung bình trượt.

$a_t$  là sai số ngẫu nhiên (white noise) thoả mãn điều kiện  $E(a_k) = 0$ ,  $D(a_k) = \sigma_a^2$ .

Nếu chuỗi là ổn định ngẫu nhiên thì  $d=0$ . Mô hình sẽ có dạng ARIMA( $p,0,q$ ). Và được mô tả như sau:

$$y_t = \mu + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} a_t \quad (2)$$

### c. Mô hình động thái ARIMA

Trong thực tiễn vật lý có rất nhiều chuỗi thời gian tác động ảnh hưởng qua lại lẫn nhau, hay còn gọi là quan hệ động thái. Tuy nhiên, có những chuỗi tác động ảnh hưởng đến chuỗi kia nhưng không chịu tác động ngược lại. Chuỗi tác động còn gọi là chuỗi nhập, chuỗi chịu sự tác động còn gọi là chuỗi xuất. Quá trình trên gọi là quá trình chuyển giao. Mô hình ARIMA được xây dựng trên quá trình này gọi là mô hình động thái ARIMA.

Giả sử ta có chuỗi thời gian nhập  $X_{it} (t=1,2,\dots,n; i=1,2,\dots,m)$  và chuỗi thời gian xuất  $Y_t (t=1,2,\dots,n)$  thì mô hình động thái ARIMA ( $p,d,q$ ) được viết dưới dạng tham số như sau:

$$W_t = \mu + \sum_i \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} B^{k_i} Z_{i,t} + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} a_t \quad (3)$$

Trong đó:  $W_t = \nabla^d Y_t$ ,  $Z_{it} = \nabla^d X_{it}$ ,

$K_i$  là thời điểm tác động của chuỗi nhập  $i$  tại thời gian  $t = k$ ,

$\omega_i(B) = (\omega_{i0} - \omega_{i1}B - \dots - \omega_{is}B^s)$ ,  $\delta_i(B) = (1 - \delta_{i1}B - \delta_{i2}B^2 - \dots - \delta_{ir}B^r)$  là những trọng số động thái của chuỗi nhập thứ  $i$ .

$\omega_{i0}$ ;  $\omega_{i1}, \dots, \omega_{is}$ ;  $\delta_{i1}, \delta_{i2}, \dots, \delta_{ir}$  là những hệ số động thái của chuỗi nhập thứ  $i$ .

Những ký hiệu còn lại như công thức (1).

#### d. Xây dựng mô hình

Việc xây dựng mô hình được tiến hành theo 2 bước sau đây a) xác định các trị số  $p, d, q$  đây là bước then chốt kiến lập mô hình.

Một trong những phần quan trọng khi xây dựng mô hình ARIMA là chọn các giá trị  $p, d, q$  như thế nào cho thích hợp. Với giá trị  $d$  việc chọn và kiểm nghiệm đã nói ở phần 2a. Khi chọn các giá trị  $p, q$  chủ yếu căn cứ hệ số tự tương quan và hệ số tự tương quan lệch. Với mỗi giá trị khác nhau của  $p, q$  sẽ cho mô hình khác nhau. Để kiểm tra sự phù hợp của các giá trị  $p, q$  phần mềm SAS sử dụng các tiêu chuẩn AIC (Akaike Information Criterion) và BIC (Bayesian Information Criterion).

$$AIC_{(p,q)} = n \ln(\delta_z^2) + 2k$$

$$BIC_{(p,q)} = n \ln(\delta_z^2) + k \ln(n)$$

$$\text{Trong đó } \delta_z^2 = \gamma_0 - \sum_{j=1}^k \Delta \Phi_j \gamma_j$$

$\gamma$  là phương sai,  $\Phi_j$  là tham số của mô hình,  $k = p + q + 1$ ,  $n$  là độ dài của chuỗi.

Mô hình là hợp lý nếu các giá trị tiêu chuẩn AIC và BIC của mô hình đạt giá trị nhỏ nhất có thể ứng với các giá trị  $p, q$ .

Xác định các tham số của mô hình phần mềm SAS cho phép tính toán các tham số cần thiết của mô hình. Việc tính toán cụ thể được trình bày trong các tài liệu [3], [4].

#### d. Mô hình ARIMA trên phần mềm SAS

Bao gồm các bước và các câu lệnh chủ yếu sau đây:

Bước 1: sử dụng câu lệnh "identify" để phân biệt, kiểm tra chuỗi số liệu. Bước này cho ta kết quả các hệ số tự tương quan, hệ số tự tương quan lệch, hệ số tự tương quan bội. Căn cứ vào các hệ số này để kiểm tra tính ổn định ngẫu nhiên của chuỗi thời gian. Nếu chuỗi thời gian là ổn định ngẫu nhiên thì chuyển sang bước 2, nếu chuỗi là bất ổn định ngẫu nhiên ta thực hiện phương pháp sai phân để loại bỏ tính bất ổn định ngẫu nhiên đó.

Bước 2: sử dụng câu lệnh "Estimate". Đây là bước phán đoán kiểm tra các thông số và kết quả mô hình. Dựa vào các hệ số tự hồi qui ở bước 1 và căn cứ vào các tiêu chuẩn AIC và BIC để xác định giá trị  $p, q$  hợp lý nhất. Sau đó áp dụng các giá trị  $p, q$  đã được chọn cho mô hình SAS sẽ cho ra kết quả các thông số và kết quả cuối cùng của mô hình.

Bước 3: sử dụng câu lệnh "Forecast". Đây là bước dự báo. Căn cứ vào mô hình được xây dựng ở các bước trên sau khi nhập các số liệu cần thiết SAS sẽ cho ta kết quả dự báo và các ngưỡng sai số theo yêu cầu.

### 3. Xây dựng mô hình dự báo lượng mưa vụ đông ở khu vực Hà Nội

#### a. Nguồn số liệu

Số liệu tổng lượng mưa tháng từ năm 1886 - 1998 ở trạm Láng Hà Nội; số liệu vết đen mặt trời trung bình tháng từ năm 1886 — 1998 ở Đài thiên văn Vân Nam Trung Quốc.

#### b. Phân tích số liệu

Kết quả nghiên cứu của các nhà khí tượng học và thiên văn học trên thế giới đều cho rằng vết đen mặt trời có quan hệ ảnh hưởng đến nhiều hiện tượng vật lý khí quyển, trong đó có ảnh hưởng rõ rệt đến lượng mưa, hạn hán và lũ lụt theo các chu kỳ và các thời gian khác nhau. Nhiều nghiên cứu cho rằng vết đen mặt trời trong một năm nào đó thường ảnh hưởng đến lượng mưa ở nhiều năm sau đó. Vận dụng các kết quả nghiên cứu trên để phân tích số liệu lượng mưa đông ở khu vực Hà Nội với vết đen mặt trời thấy rằng: vết đen mặt trời tháng 9 và vết đen mặt trời trung bình năm sau khi đã sai phân 11 năm (do chu kỳ hoạt động của vết đen mặt trời là 11 năm) có quan hệ tương đối mật thiết với lượng mưa đông, ngoài ra lượng mưa đông còn có quan hệ mật thiết với lượng mưa tháng 9. Với các hệ số tương quan thông qua kiểm nghiệm đều vượt qua mức  $\alpha = 0,1$  (bảng 1). Do đó mô hình được xây dựng sẽ có sự tham gia của các thành phần này.

Bảng 1. Hệ số tương quan của lượng mưa đông với lượng mưa tháng 9, vết đen mặt trời trung bình tháng 9 và vết đen mặt trời trung bình năm

| Các thành phần   | Lượng mưa tháng 9 | Vết đen mặt trời tháng 9 | Vết đen mặt trời trung bình năm. |
|------------------|-------------------|--------------------------|----------------------------------|
| Hệ số tương quan | -0,18             | 0,17                     | 0,17                             |

#### c. Xây dựng mô hình dự báo

Mô hình được xây dựng trên cơ sở chuỗi nhập là lượng mưa tháng 9, số vết đen mặt trời trung bình tháng 9 và số vết đen mặt trời trung bình năm, chuỗi xuất là lượng mưa đông theo mô hình động thái ARIMA ở công thức 3.

Với sự hỗ trợ của phần mềm SAS sau khi lựa chọn các thành phần p,d,q thông qua các tiêu chuẩn AIC và SBC đã xây dựng được mô hình dự báo lượng mưa đông ở Hà Nội như sau:

$$\hat{y}_t = \frac{(-0,431 + 0,416B - 0,298B^2)}{(1 - 1,4B + 0,912B^2)} x_t + \frac{(-2,741 + 1,092B - 3,001B^2)}{(1 - 0,524B + 0,804B^2)} \nabla^{11} w_{9,t-13} + \frac{(2,405 + 2,512B + 0,49B^2)}{(1 + 0,984B)} \nabla^{11} w_{n,t-13} + \frac{(1 + B^{11})}{(1 + 0,154B - 0,539B^3 + 0,279B^6)} a_t + 389,12$$

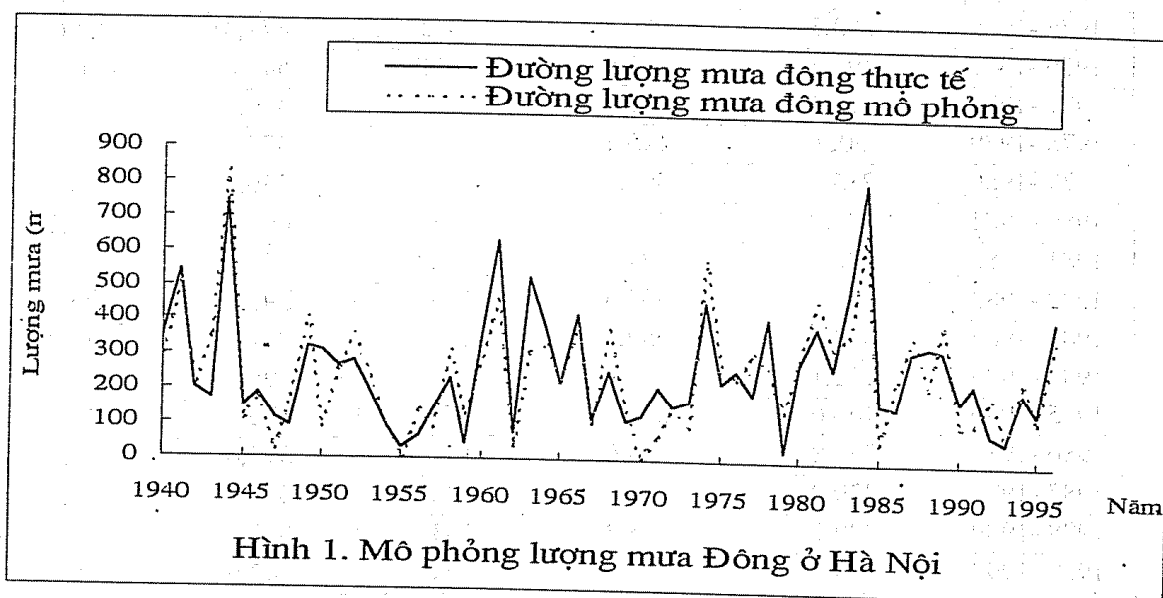
Trong đó  $y_t$  là lượng mưa đông mô phỏng (mm);  $x_t$  là lượng mưa tháng 9 (mm);  $w_{9,t}$  là trị số của vết đen mặt trời tháng 9;  $w_{n,t}$  là trị số vết đen mặt trời trung bình năm;  $\nabla^{11} = (1 - B^{11})$  là bước sai phân 11 năm của vết đen mặt trời;  $a_t$  là sai số ngẫu nhiên (white noise); B là bước tính chuyển lùi  $By_t = y_{t-1}$ .

#### d. Kết quả mô phỏng và dự báo theo mô hình

Kết quả mô phỏng được trình bày ở bảng 2 và hình 1. Từ bảng 2 và hình 1 nhận thấy với sự tham gia của vết đen mặt trời và lượng mưa tháng 9 vào mô hình dự báo, đường lượng mưa được mô phỏng gần trùng với đường lượng mưa thực tế, đặc biệt là những năm có lượng mưa lớn như năm 1941 lượng mưa thực tế 544,3 mm mô

phông là 504,1 mm; năm 1944 lượng mưa thực tế 744,1mm mô phông là 827,7 mm, năm 1961 lượng mưa thực tế 628,9 mm mô phông là 458,9 mm và năm 1984 lượng mưa thực tế là 810,8 mm, mô phông là 659,6 mm. Điều đó chứng tỏ ngoài sự diễn biến có qui luật của lượng mưa đông còn có sự ảnh hưởng rất rõ rệt của lượng mưa tháng 9 và vết đen mặt trời trong những năm có lượng mưa lớn dị thường.

Kết quả kiểm tra dự báo theo mô hình cho 2 năm 1996-1997 và 1997-1998 (các số liệu đều là độc lập khi xây dựng mô hình) được trình bày ở bảng 3. Sai số dự báo của 2 năm lần lượt là 15,5 mm và 16,3 mm. Với lượng mưa của 2 năm đều lớn hơn 300 mm thì sai số trên là nhỏ. Do đó, mô hình dự báo lượng mưa đông được trình bày ở trên là có thể được chấp nhận.



Hình 1. Mô phông lượng mưa Đông ở Hà Nội

Bảng 2. Kết quả mô phông lượng mưa đông theo mô hình ARIMA ở Hà Nội

| Mùa đông   | Lượng mưa đông thực tế (mm) | Lượng mưa đông mô phông (mm) |                   |                   | Sai số (mm) |
|------------|-----------------------------|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------|
|            |                             | Theo mô hình                 | 95% giới hạn dưới | 95% giới hạn trên |             |
| 1953 -1954 | 95,3                        | 82,8                         | 0,0               | 314,8             | 12,5        |
| 1954 -1955 | 35,1                        | 0,0                          | 0,0               | 227,6             | 35,1        |
| 1955 -1956 | 65,3                        | 139,5                        | 0,0               | 371,5             | -74,2       |
| 1956 -1957 | 144,7                       | 92,1                         | 0,0               | 324,1             | 52,6        |
| 1957 -1958 | 237,2                       | 315,0                        | 83,0              | 547,0             | -77,8       |
| 1958 -1959 | 42,8                        | 131,3                        | 0,0               | 363,3             | -88,5       |
| 1959 -1960 | 376,7                       | 296,6                        | 64,5              | 528,6             | 80,1        |
| 1960 -1961 | 628,9                       | 458,3                        | 226,2             | 690,3             | 170,6       |
| 1961 -1962 | 75,6                        | 39,5                         | 0,0               | 271,6             | 36,1        |
| 1962 -1963 | 528,1                       | 310,6                        | 78,5              | 542,6             | 217,5       |
| 1963 -1964 | 380,1                       | 330,1                        | 98,0              | 562,1             | 50,0        |
| 1964 -1965 | 221,5                       | 230,9                        | 0,0               | 462,9             | -9,4        |
| 1965 -1966 | 417,4                       | 378,7                        | 146,7             | 610,8             | 38,7        |
| 1966 -1967 | 117,8                       | 108,9                        | 0,0               | 340,9             | 8,9         |
| 1967 -1968 | 255,0                       | 377,2                        | 145,1             | 609,2             | -122,2      |
| 1968 -1969 | 114,4                       | 139,8                        | 0,0               | 371,8             | -25,4       |

Tiếp bảng 2.

| Mùa đông  | Lượng mưa đông thực tế (mm) | Lượng mưa đông mô phỏng (mm) |                   |                   | Sai số (mm) |
|-----------|-----------------------------|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------|
|           |                             | Theo mô hình                 | 95% giới hạn dưới | 95% giới hạn trên |             |
| 1969-1970 | 130,3                       | 0,0                          | 0,0               | 219,5             | 130,3       |
| 1970-1971 | 210,1                       | 64,8                         | 0,0               | 296,8             | 145,3       |
| 1971-1972 | 155,6                       | 158,2                        | 0,0               | 390,3             | -2,6        |
| 1972-1973 | 174,5                       | 94,4                         | 0,0               | 326,4             | 80,1        |
| 1973-1974 | 456,3                       | 583,9                        | 351,9             | 816,0             | -127,6      |
| 1974-1975 | 229,6                       | 266,6                        | 34,6              | 498,6             | -37,0       |
| 1975-1976 | 263,3                       | 239,3                        | 7,2               | 471,3             | 24,0        |
| 1976-1977 | 197,3                       | 312,9                        | 80,9              | 545,0             | -115,6      |
| 1977-1978 | 414,2                       | 267,5                        | 35,4              | 499,5             | 146,7       |
| 1978-1979 | 30,9                        | 145,1                        | 0,0               | 377,2             | -114,2      |
| 1979-1980 | 285,6                       | 304,0                        | 71,9              | 536,0             | -18,4       |
| 1980-1981 | 391,0                       | 463,2                        | 231,2             | 695,2             | -72,2       |
| 1981-1982 | 276,0                       | 324,3                        | 92,2              | 556,3             | -48,3       |
| 1982-1983 | 494,1                       | 367,5                        | 135,5             | 599,6             | 126,6       |
| 1983-1984 | 810,8                       | 659,6                        | 427,6             | 891,7             | 151,2       |
| 1984-1985 | 171,1                       | 63,7                         | 0,0               | 295,8             | 107,4       |
| 1985-1986 | 164,6                       | 244,3                        | 12,3              | 476,3             | -79,7       |
| 1986-1987 | 321,8                       | 363,6                        | 131,6             | 595,6             | -41,8       |
| 1987-1988 | 339,0                       | 222,9                        | 0,0               | 455,0             | 116,1       |
| 1988-1989 | 329,7                       | 395,3                        | 163,3             | 627,3             | -65,6       |
| 1989-1990 | 183,1                       | 110,8                        | 0,0               | 342,9             | 72,3        |
| 1990-1991 | 233,1                       | 118,6                        | 0,0               | 350,7             | 114,5       |
| 1991-1992 | 92,2                        | 190,2                        | 0,0               | 422,2             | -98,0       |
| 1992-1993 | 67,9                        | 65,9                         | 0,0               | 297,9             | 2,0         |
| 1993-1994 | 209,8                       | 238,4                        | 6,4               | 470,4             | -28,6       |
| 1994-1995 | 151,4                       | 126,0                        | 0,0               | 358,0             | 25,4        |
| 1995-1996 | 418,7                       | 355,0                        | 123,0             | 587,1             | 63,7        |

Kết quả kiểm tra dự báo theo mô hình cho 2 năm 1996-1997 và 1997-1998 (các số liệu đều là độc lập khi xây dựng mô hình) được trình bày ở bảng 3. Sai số dự báo của 2 năm lần lượt là 15,5 mm và 16,3 mm. Với lượng mưa của 2 năm đều lớn hơn 300 mm thì sai số trên là nhỏ. Do đó, mô hình dự báo lượng mưa đông được trình bày ở trên là có thể được chấp nhận.

Bảng 3. Kết quả dự báo lượng mưa đông ở Hà Nội năm 1996-1997 và 1997-1998 theo mô hình

| Mùa đông  | Lượng mưa đông thực tế (mm) | Lượng mưa đông dự báo (mm) |                   |                   | Sai số (mm) |
|-----------|-----------------------------|----------------------------|-------------------|-------------------|-------------|
|           |                             | Theo mô hình               | 95% giới hạn dưới | 95% giới hạn trên |             |
| 1996-1997 | 300,3                       | 316,6                      | 81,2              | 552,1             | -16,3       |
| 1997-1998 | 456,7                       | 472,2                      | 233,9             | 710,5             | 15,5        |

#### 4. Kết luận

a) Với sự áp dụng mô hình động thái ARIMA và việc đưa số liệu vết đen mặt trời vào mô hình đã nâng cao đáng kể độ chính xác của mô hình dự báo lượng mưa đông. Mức độ chính xác khi mô phỏng của mô hình tuy còn hạn chế, nhưng qua 2 năm dự báo với sai số dự báo nhỏ và với việc dự báo lượng mưa trước cả vụ thì mô hình có thể được chấp nhận. Đặc biệt, kết quả của mô hình cho thấy một cách định tính trong việc đánh giá mức độ hạn úng đối với sản xuất vụ đông nhất là những năm có lượng mưa lớn dị thường.

b) Kết quả tính toán cho thấy rằng nếu càng tìm được nhiều yếu tố ảnh hưởng (chuỗi nhập) đến lượng mưa đông thì kết quả mô phỏng càng chính xác. Nếu có thêm các số liệu như trường nhiệt, trường áp ở đất liền cũng như ngoài biển Đông... thì mô hình có thể có độ tin cậy cao hơn.

c) Mô hình được xây dựng trên cơ sở phần mềm SAS nên việc kiểm tra, lựa chọn các thông số của mô hình được nhanh chóng và bảo đảm độ tin cậy. Nếu có đầy đủ các số liệu thích ứng cho mô hình nhập vào SAS sẽ cho kết quả dự báo cần thiết.

Cuối cùng tác giả xin chân thành cảm ơn Giáo sư Lý Tương Các, nguyên Chủ nhiệm khoa Khí tượng ứng dụng và Giáo sư Ngô Thành Âu, Giảng viên bộ môn toán thống kê Học viện Khí tượng Nam Kinh Trung Quốc đã giúp đỡ thực hiện bài viết này.

#### Tài liệu tham khảo

1. Ngô Thành Âu. Phân tích thống kê hàm đa biến và phần mềm SAS.- Tài liệu giảng dạy, khoa toán, Học viện Khí tượng Nam Kinh. 1989. (Nguyên bản tiếng Trung Quốc).
2. Chương Nguyên Đông, Lý Duy Bảo. Vết đen mặt trời.- NXB Hoa kiều Trung Quốc. 1989. (Nguyên bản tiếng Trung Quốc).
3. Box. G.E.P and G.M. Jenkins. Time series analysis forecasting and control.- Holden-Day, San. Fran., revised edition, 1976.
4. Hans Von storch and Francis W. Zwiers. Statistical analysis in climate research.- Cambridge University press, 1999.