

PHƯƠNG PHÁP SỐ HIỆU QUẢ ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN MÔ HÌNH VÀ XÁC ĐỊNH THÔNG SỐ CHO HỆ THỐNG SÔNG

TS. Trần Hồng Thái

Trung tâm Tư vấn Khí tượng Thủy văn và Môi trường
Viện Khoa học Khí tượng Thủy văn và Môi trường

Trong bài báo này chúng tôi trình bày một số phương pháp hiệu quả để giải bài toán mô hình và xác định thông số của các hệ thống sông. Dòng chảy trên sông được mô phỏng bằng hệ phương trình Saint-Venant. Đây là một hệ gồm 2 phương trình đạo hàm riêng phi-tuyến bậc nhất dạng Hyperbolic với biến không gian và biến thời gian. Trong trường hợp tổng quát, hệ phương trình có dạng như vậy không thể giải bằng phương pháp giải tích. Vì vậy, trong khuôn khổ bài báo này, phương pháp số được áp dụng để mô phỏng các hệ thống sông. Cụ thể là, dùng phương pháp đường tuyến tính (Method Of Lines) kết hợp với phương pháp tính đạo hàm ngược (Backward Differentiation Formulae) để rời rạc hệ phương trình Saint-Venant theo không gian và thời gian. Kết quả là chúng ta có được một hệ phương trình đại số, có thể giải được bằng phương pháp Newton. Lược đồ hiệu chỉnh sai số tại mỗi bước tính theo thời gian được áp dụng trong mô hình này, nhờ đó, độ lớn của lưới tại mỗi bước tính được lựa chọn hợp lý. Điều đó giúp cho mô hình chạy ổn định, hiệu quả hơn so với các phương pháp với bước tính cố định.

Trên các hệ thống sông ngòi, nhiều thông số địa hình và thủy lực rất khó, thậm chí không thể đo đạc chính xác (như độ nhám lòng sông, độ dốc đáy sông, v.v). Bình thường, số lượng các thông số này rất lớn và liên quan tương hỗ. Do đó việc xác định chúng bằng phương pháp thủ công dựa trên kinh nghiệm của các nhà thủy văn không hiệu quả. Để khắc phục khó khăn này chúng tôi ước lượng các thông số bằng cách thiết lập và giải bài toán bình phương tối thiểu. Đây là bài toán tối ưu có ràng buộc với số chiều rất lớn do hệ quả của việc rời rạc hoá hệ phương trình Saint-Venant theo không gian và thời gian. Bài toán tối ưu này có thể giải được bằng phương pháp Gauss-Newton mở rộng (phát triển tại IWR, Heidelberg và hiện thực trong phần mềm mã nguồn mở PARFIT). Dựa trên mã nguồn mở PARFIT chúng tôi xây dựng bộ phần mềm để giải bài toán mô hình và xác định thông số của dòng chảy trên các hệ thống sông.

Trong phần cuối của bài báo, chúng tôi trình bày ứng dụng phần mềm mới được xây dựng để mô phỏng dòng chảy trên hệ thống sông Hồng. Kết quả tính toán cho thấy mô hình chạy chính xác, ổn định và nhanh.

1. Mô hình hệ thống sông Hồng

Trong phần đầu tiên của báo cáo này, chúng tôi xây dựng mô hình của hệ thống sông Hồng với tiêu chí là mô phỏng được mối quan hệ toán học giữa lưu lượng nước từ cửa ra hồ Hoà Bình chảy vào hệ thống sông Hồng và mực nước tại các điểm dọc theo sông Hồng, ví dụ như mực nước tại Hà Nội. Chúng tôi không quan tâm nhiều đến sự thay đổi mực nước trên sông Hồng theo các phương khác. Chính vì vậy, hệ phương trình Saint-Venant một chiều đã được lựa chọn để mô phỏng hệ thống sông

Hồng.

Hệ phương trình Saint-Venant một chiều

Hệ phương trình Saint-Venant một chiều bao gồm hai phương trình vi phân đạo hàm riêng phi tuyến bậc một dạng Hyperbolic sau:

Phương trình bảo toàn khối lượng:

$$y_t(x,t) = -\frac{Q_x(x,t)}{A_y(x,y(x,t))} + \frac{q}{A_y(x,y(x,t))} \quad (1)$$

Phương trình bảo toàn động lượng:

$$Q_t(x,t) = -2 \frac{Q_x(x,t)}{A_x(x,y(x,t))} Q_x(x,t) + \left(\frac{Q(x,t)}{A(x,y(x,t))} \right)^2 A_x(x,y(x,t)) - gA(x,y(x,t))(y_x(x,t) + S_f) + qu \quad (2)$$

Trong đó: x [m] và t [s] là các biến không gian và thời gian; $Q(x,t)$ [m^3s^{-1}] và $y(x,t)$ [m] là các biến trạng thái của hệ, ở đây là lưu lượng và mực nước tại điểm x và thời gian t ; $A(x,y(x,t))$ [m^2] là diện tích mặt cắt tại toạ độ x và thời gian t ; u [ms^{-1}] là vận tốc của dòng chảy; $-$ hệ số nhám lòng sông, được tính bằng công thức Manning:

$$S_f = \frac{C_n Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} \quad (3)$$

Với C_n là hệ số Manning và R là bán kính thủy lực; g là gia tốc rơi tự do, phụ thuộc vào vị trí theo đôi. Ở trên sông Hồng, chúng ta thường chọn $g=9.8$; ms^{-2} [m^2s^{-1}] là lượng nước chảy tràn vào lòng sông Hồng trên 1 đơn vị chiều dài và trong 1 đơn vị thời gian.

Dựa vào các kết quả nghiên cứu của Tveito [16], Morton [10], Ames [1], và Sleigh et al. [14] chúng ta thấy rằng hệ phương trình Saint-Venant trên có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi: (1) Các thông số của hệ được xác định; (2) Điều kiện ban đầu được cho trước, nghĩa là giá trị của biến trạng thái $Q(x,t)$ và $y(x,t)$ tại thời điểm ban đầu ứng với mọi giá trị của toạ độ x phải được cho trước; (3) Điều kiện biên phải được xác định hợp lý: để có nghiệm và nghiệm đó là duy nhất, chúng ta cần 1 điều kiện biên trên (Q hoặc y) và một điều kiện biên dưới (Q hoặc y). Trong nghiên cứu này, chúng tôi có giá trị Q làm điều kiện biên trên và y làm điều kiện biên dưới; (4) Điều kiện ban đầu phải tương thích với điều kiện biên.

Các thông số cần xác định của hệ phương trình Saint-Venant 1 chiều là A , R , q và C_n :

- Với các số liệu địa hình của hệ thống sông Hồng được đo đạc năm 2000, chúng ta có thể xác định được diện tích mặt cắt A cũng như chiều rộng của sông tương ứng với độ cao y tại các điểm toạ độ x khác nhau. Như vậy, các thông số địa hình như A , R được xác định.

- Lượng nước chảy thêm vào sông q bao gồm

các nguồn nước sau: mưa, bay hơi, nước sử dụng, nước ngầm. Nghiên cứu về cân bằng nước tại Việt Nam do Trịnh Quang Hoà và nhóm cộng tác viên thực hiện [6] cho thấy trên 1 đơn vị chiều dài sông, $q \approx 6,10^3$ [m^3s^{-1}], nghĩa là rất nhỏ so với lưu lượng nước trên sông Hồng, ví dụ tại Hà Nội $Q = 10^3 + 9,10^3$ [m^3s^{-1}]. Chính vì vậy, trong khuôn khổ báo cáo này, chúng tôi bỏ qua đại lượng q .

- Hệ số nhám Manning C_n là một thông số quan trọng quyết định độ chính xác của mô hình dòng chảy trên sông. Đây là đại lượng biến đổi theo lưu lượng nước và điều kiện địa hình tại mỗi đoạn sông. Chính vì vậy tại mỗi điểm toạ độ x , vào mỗi thời điểm thời gian t chúng ta lại có những giá trị khác nhau. Việc ước lượng bằng phương pháp thủ công dựa vào kinh nghiệm của các nhà thủy văn hiện nay không đưa ra được kết quả đủ độ tin cậy. Trong chương sau của báo cáo này, chúng tôi trình bày một cách tiếp cận mới để xác định các thông số chưa biết của mô hình một cách hiệu quả với độ tin cậy hợp lý.

Trong mục sau của báo cáo, chúng ta nghiên cứu về phương pháp giải hệ phương trình Saint-Venant.

Phương pháp giải hệ phương trình Saint-Venant

Trong trường hợp tổng quát, hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng dạng Hyperbolic nói chung và Saint-Venant nói riêng không giải được bằng phương pháp giải tích. Chính vì vậy, phương pháp số hoá với các lược đồ rời rạc khác nhau thường được áp dụng để mô phỏng các dòng chảy trên sông. Trên thực tế, đã có nhiều phần mềm mô phỏng dòng chảy trên sông được hiện thực dựa trên cơ sở là các phương pháp số, ví dụ như: VRSAP (Vietnam River System System and Plains) được Giáo sư Nguyễn Như Khuê (1978); WENDY và RIB-ASIM được xây dựng tại Delft Hydraulics, Hà Lan; MITSIM được xây dựng tại Đại học Công nghệ

Massachusetts (1977-1978); MIKE được xây dựng DHI Water and Environment, Đan Mạch. Ưu điểm của các phần mềm này là: (1) đã sẵn có; (2) đưa ra những kết quả mô phỏng dòng chảy trên sông với độ chính xác chấp nhận được; (3) có giao diện thân thiện. Tuy nhiên, bên cạnh những ưu điểm, những phần mềm này có những hạn chế sau: (1) những phần mềm cũ, ví dụ như VRSAP không tính được những đoạn sông lớn do hạn chế về cấp phát bộ nhớ; (2) những phần mềm mới được xây dựng, ví dụ như MIKE, thì đã bị thương mại hóa, và do vậy không có mã nguồn mở. Điều này dẫn đến việc khó, thậm chí không thể liên kết được với những phần mềm khác, ví dụ như các phần mềm tối ưu hay các phần mềm xác định thông số; (3) những phần mềm này dựa trên phương pháp số với bước tính theo thời gian và không gian cố định. Các bước tính này được chọn trước khi quá trình tính toán bắt đầu và bị giới hạn bởi điều kiện ổn định CFL [1,17]. Chính vì vậy, bước tính theo thời gian phải chọn đủ nhỏ, và hệ quả là thời gian tính toán sẽ lớn.

Với mong muốn khắc phục những hạn chế trên và có được một bộ phần mềm mô phỏng dòng chảy trên sông một cách hiệu quả, đạt được những yêu cầu: (1) cho ra kết quả mô hình với độ chính xác cao; (2) chạy nhanh; (3) có thể dễ dàng kết hợp với các phần mềm khác, ví dụ các phần mềm tối ưu, xác định thông số, chúng tôi đã đưa ra một giải pháp hiệu quả để giải hệ phương trình Saint-Venant bằng phương pháp số với kỹ thuật điều khiển bước tính tại các nút tính toán. Các bước cơ bản như sau:

- Dùng phương pháp đường tuyến tính (Method of Lines) để rời rạc hệ phương trình Saint-Venant theo trục không gian. Như vậy, hệ phương trình gốc của chúng ta sẽ biến đổi thành một hệ gồm nhiều phương trình vi phân thường với các ràng buộc đại số (chúng ta sẽ gọi là hệ phương trình vi phân đại số - Differential Algebraic Equation (DAE)).

- Dùng phương pháp tích phân đa bước tính (Multistep method), cụ thể là phương pháp Công thức tính đạo hàm ngược (Backward Differentiation Formulae -BDF method) để rời rạc hệ DAE theo trục thời gian. Quá trình này sẽ biến đổi hệ phương trình của chúng ta thành một hệ phương trình đại số phi

tuyến. Phương pháp này được hiện thực trong mã nguồn mở DAESOL, được phát triển tại Trung tâm tính toán khoa học liên ngành IWR, thành phố Heidelberg.

- Dùng phương pháp Newton để giải hệ phương trình đại số.

Các nghiên cứu của chúng tôi và của các nhà khoa học đi trước [2,3,15] đã chỉ ra rằng phương pháp do chúng tôi đưa ra để giải hệ phương trình Saint-Venant sẽ cho kết quả ổn định và hội tụ đến nghiệm thực của hệ phương trình. Trong khuôn khổ báo cáo này, chúng tôi sẽ không đề cập chi tiết đến các chứng minh này, mà chỉ tóm lược cách hiện thực chúng trong thực tế.

a. Phương pháp đường tuyến tính

Ý tưởng chính của phương pháp đường tuyến tính áp dụng trong báo cáo này là chia đoạn sông cần tính toán ra thành những phần nhỏ và tính xấp xỉ đạo hàm riêng của biến trạng thái đối với x tại các điểm rời rạc. Kết quả của các nghiên cứu của Schiesser [11,12] chỉ ra rằng có nhiều lược đồ xấp xỉ đạo hàm của biến trạng thái đối với x phù hợp với từng loại phương trình khác nhau, các tính chất vật lý của các đối tượng mô phỏng khác nhau. Schiesser cũng đã hiện thực các Routine bằng ngôn ngữ lập trình Fortran có thể áp dụng cho hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng dạng hyperbolic, ví dụ như: (1) routine DSS002 dựa trên lược đồ xấp xỉ trung tâm của 2 điểm tính, (2) routine DSS004 dựa trên lược đồ xấp xỉ trung tâm của 4 điểm tính; (3) routine DSS020 dựa trên lược đồ xấp xỉ chỉ có tính đến hướng dòng chảy.

Các thực nghiệm trên mô hình chỉ ra rằng với việc tăng số điểm tính khi xấp xỉ đạo hàm bậc 1 theo phương x , chúng ta sẽ giảm được hiệu ứng bất ổn định của nghiệm số khi biến trạng thái thay đổi đột biến. Tuy nhiên, đối với mô hình dòng chảy trong dòng sông, các biến trạng thái là lưu lượng và mực nước thường không biến đổi đột ngột. Do đó không có sự khác biệt lớn ở kết quả mô hình khi áp dụng các lược đồ xấp xỉ khác nhau (xem [15]). Để đạt yêu cầu về tốc độ tính toán của mô hình, chúng tôi chọn lược đồ đơn giản nhất là Routine DSS002.

b. Phương pháp tích phân đa bước tính

Sau khi được rời rạc theo phương x, phương trình Saint-Venant với các điều kiện biên và điều kiện ban đầu tương ứng biến đổi thành hệ phương trình vi phân đại số và có thể biểu diễn dưới dạng tổng quát sau:

$$A(t, y, z, p) y = f(t, y, z, p) \quad (3)$$

$$0 = g(t, y, z, p) \quad (4)$$

$$y(t_0) = y_0, \quad z(t_0) = z_0 \quad (5)$$

Ở đây: $t \in [t_0, t_f]$ là biến thời gian; $y \in \mathbb{R}^d$ và $z \in \mathbb{R}^{m-}$ là các biến trạng thái; $p \in \mathbb{R}^{n_p}$ là thông số;

$$A: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{n_p} \rightarrow \mathbb{R}^{(d,d)}, f: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{n_p} \rightarrow \mathbb{R}^{(d)}$$

và $g: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{n_p} \rightarrow \mathbb{R}^{m-d}$ là các hàm số với $m \geq d > 0, n_p \geq 0$.

Chúng ta giả thiết rằng các điều kiện sau được tuân thủ: (1) Hàm số A, f, và g có đạo hàm liên tục đối với biến thời gian, cũng như đối với biến trạng thái và các thông số; (2) A và g_z là các ma trận thường và có định thức khác không; (2) Điều kiện biên và điều kiện ban đầu phải tương thích với nhau.

Khi đó, hệ phương trình (3)-(5) có thể giải được bằng phương pháp BDF với k bước tính (hay còn gọi là bậc k). Ý tưởng chính của phương pháp này là xấp xỉ bằng cách nội suy đa thức y_{n+1} tại bước tính (n+1) dựa trên giá trị của k, giá trị đã tính được của y:

$$A(t_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}, p) \frac{1}{h} \sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+1-i} = f(t_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}, p) \quad (6)$$

$$g(t_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}, p) = 0 \quad (7)$$

Với h là bước tính.

Hệ phương trình đại số này có thể giải được bằng phương pháp Newton. Ở đây, chúng tôi chỉ sơ lược những ý chính của phương pháp số để giải một hệ phương trình vi phân đại số với số chiều lớn. Những thông tin chi tiết hơn có thể tìm được trong các kết quả nghiên cứu của

chúng tôi đã được công bố trước đây như [2,15].

c. Kỹ thuật điều khiển bước tính và bậc của phương pháp BDF

Đối với phương pháp BDF bậc k, sai số tính toán tại mỗi bước tính có thể xấp xỉ theo công thức sau:

$$E_k(n) := \rho(t_{n+1} - t_n)^2 (t_n - t_{n-1}) \dots (t_{n+1} - t_{n+1-k}) \|y[t_{n+1}], \dots, y[t_{n-k}]\|$$

Với $\rho < 1$ và không phụ thuộc vào bước tính.

Ở nút tính tiếp theo n+1, bước tính được tính theo công thức:

$$\tilde{h} = t_{n+1} \sqrt{\frac{\overline{TOL}}{\rho \cdot l \cdot \|y[t_{n+1}], \dots, y[t_{n-l}]\|}} \quad (8)$$

Ở đây $l = k-1, k, k+1, l \leq 6$, và $\overline{TOL} < TOL$, với TOL là sai số cho phép do chúng ta đặt ra.

Nếu bước tính mới được xác định nhỏ hơn hoặc lớn hơn bước tính ở nút tính trước một cách rõ rệt thì chúng ta sẽ tăng hoặc giảm bậc của phương pháp BDF. Nếu không, phương pháp BDF sẽ giữ nguyên bậc cũ.

Với bước tính mới được xác định, chúng ta tính sai số $E_k(n+1)$. Nếu sai số này nhỏ hơn sai số cho phép TOL thì bước tính mới này được chấp nhận. Trong trường hợp ngược lại, chúng ta sẽ phải giảm bước tính thêm.

Ghi chú: Kỹ thuật điều khiển bước tính và bậc của phương pháp tích phân cho phép chúng ta giới hạn được sai số tại mỗi nút tính toán. Đó là một ưu điểm nổi bật của phương pháp này trước các phương pháp với bước tính cố định. Chính vì điều đó, phương pháp BDF được thực hiện trong mã nguồn mở DAESOL với kỹ thuật điều khiển bậc và bước tính là một công cụ rất hiệu quả để mô phỏng hệ phương trình Saint-Venant.

2. Xác định các thông số của hệ thống sông Hồng

Như chúng tôi đã trình bày trên, giá trị của

các thông số của hệ thống sông, mà ví dụ cụ thể ở đây là hệ số nhám Manning, ảnh hưởng rất lớn đến kết quả tính toán. Do giới hạn và mục đích của báo cáo này, trong phần đầu của chương này, chúng tôi chỉ trình bày sơ lược ý tưởng của phương pháp xác định thông số bằng phương pháp tối ưu mà không đi sâu vào chi tiết, cơ sở toán học, ví dụ như sự tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu, tính hội tụ, v.v. Những thông tin chi tiết này cùng với các chứng minh có thể tham khảo tại các tài liệu [4,5,13,15]. Trong phần sau, chúng tôi trình bày kết quả ứng dụng của phương pháp xác định thông số để xác định hệ số nhám Manning cho hệ thống sông Hồng.

a. Thiết lập bài toán xác định thông số và phương pháp giải

Chúng ta ký hiệu biến trạng thái của mô hình là w và z_{ki} là số liệu đo đạc của các biến trạng thái k , với $k \in M^w$ (M^w là tập hợp của các biến trạng thái mà các kết quả đo đạc được dùng làm số liệu đầu vào cho bài toán xác định thông số) tại thời điểm t_i ($i=1, \dots, n_m$). Ở đây, n_m là số điểm đo theo thời gian.

Nếu chúng ta ký hiệu $u^{(k)}(t_i, w, p)$ là mô hình phản hồi của phép đo Z_{ki} . Khi đó:

$$z_{ki} = u^{(k)}(t_i, w, p) + \varepsilon_{ki}, i = 1, \dots, n_m$$

Ở đây, Z_{ki} là sai số đo đạc, thường được giả thiết là phân bố chuẩn với độ sai lệch chuẩn σ_{ki} . Khi đó, bài toán của chúng ta là xác định thông số p để kết quả mô hình trùng sát với kết quả đo đạc:

$$\left[\min_{p, w} \right] \sum_{k \in M^w} \sum_{i=1, n_m} \frac{(z_{ki} - u^{(k)}(t_i, w, p))^2}{\sigma_{ki}^2}$$

sao cho hệ phương trình mô hình được thỏa mãn. Trong bài toán của chúng ta, phương trình Saint-Venant phải được thỏa mãn cùng các điều kiện biên và điều kiện ban đầu tương ứng.

Đây là bài toán bình phương tối thiểu có ràng buộc với số chiều rất lớn do kết quả của việc rời rạc phương trình mô hình theo trục

không gian và thời gian. Theo ghi nhận của chúng tôi khi mô hình hệ thống sông Hồng, số phương trình ràng buộc lên tới hàng nghìn (xem [15]). Bài toán xác định thông số cho hệ thống sông Hồng có thể được giải bằng phương pháp Gauss-Newton mở rộng do Bock [3,4] và Schloeder [13] giới thiệu và hiện thực trong bộ phần mềm mã nguồn mở PARFIT bằng ngôn ngữ Fortran (Cơ sở toán học của phương pháp này xem tại [3,4,5,13,15]). Phương pháp Gauss-Newton mở rộng có các đặc tính:

Dùng để giải bài toán xác định thông số cho mô hình có ràng buộc bởi bài toán có điều kiện biên,

Áp dụng kỹ thuật bắn nhiều lần (Multiple Shooting Method) để giải bài toán có điều kiện biên nhằm tăng khả năng hội tụ tới nghiệm thực và tính ổn định của kết quả tính toán,

Có những kỹ thuật biến đổi ma trận hợp lý nhằm giảm đáng kể thời gian tính toán.

Khi ứng dụng PARFIT cho bài toán xác định thông số của hệ thống sông Hồng, chúng tôi khai thác tính chất bất biến điều kiện ban đầu của mô hình dòng chảy trên sông (hệ Saint-Venant) để có những biến đổi phù hợp trong việc biến đổi các ma trận xuất hiện trong việc giải bài toán bình phương tối thiểu. Việc tính toán các ma trận đạo hàm được thay thế bằng tính toán các vector đạo hàm định hướng (directional derivative). Việc này giúp giảm yêu cầu về truy xuất bộ nhớ động và tăng tốc độ tính toán nhiều lần (xem [13,15]).

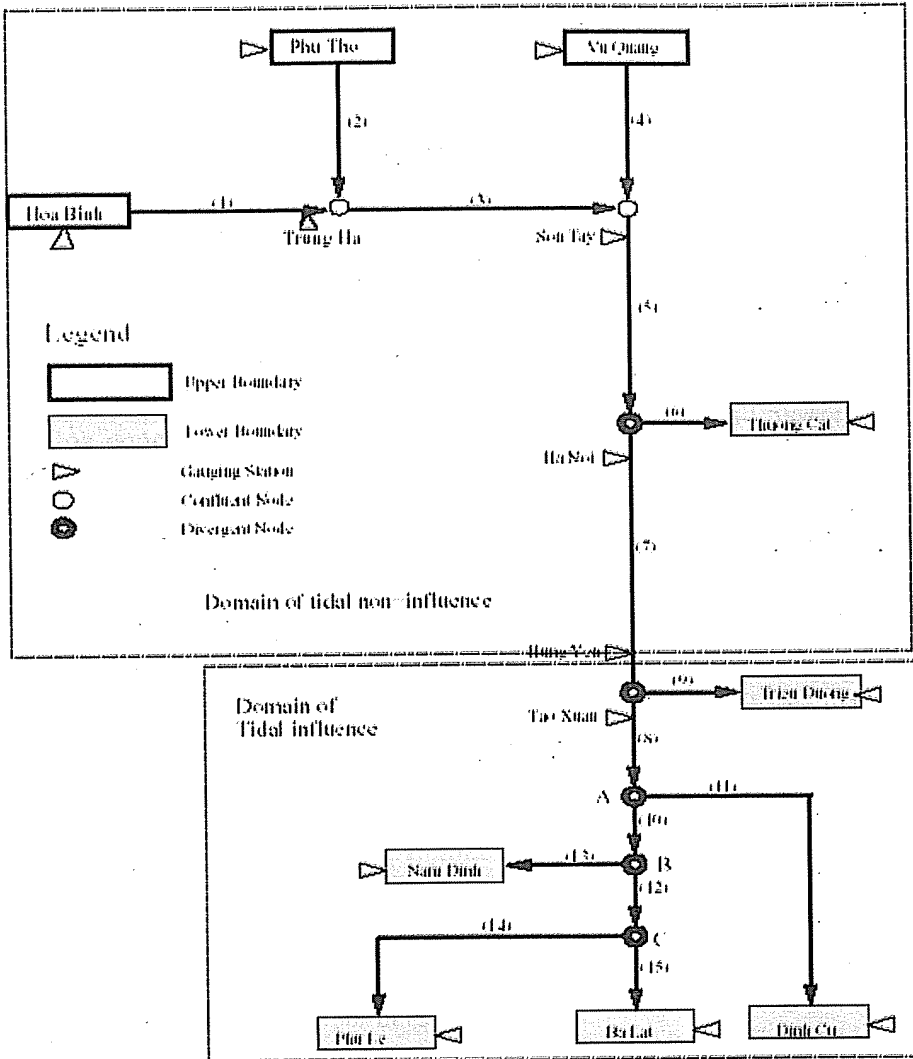
b. Xác định hệ số nhám Manning của hệ thống sông Hồng

Hệ thống sông Hồng với các kênh của mình được mô tả trên hình 1.

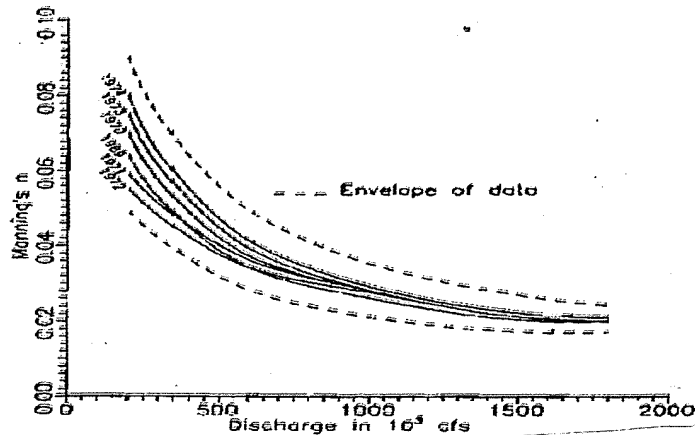
Trong mô hình hệ thống sông Hồng, hệ số nhám Manning là thông số còn lại chưa được xác định. Kết quả nghiên cứu của U.S. Army Corps of Engineers trên đoạn sông Mississippi [18] cho thấy rằng phụ thuộc vào lưu lượng Q , và mối quan hệ đó thể hiện trên hình 2. Dựa

trên số liệu này, chúng tôi giả thiết rằng C_n của kênh i_{chan} ($i_{chan}=1,2,\dots,15$ như ký hiệu trên hình

1), tại nút rời rạc i_{cross} được xác định bởi đa thức sau:



Hình 1 Sơ đồ hệ thống sông Hồng



Hình 2. Sự biến đổi của hệ số nhám Manning (nguồn: [18])

$$C_n(x_{i_{chan}}^{i_{cross}}, Q(x_{i_{chan}}^{i_{cross}}, t)) = \sum_{i=0}^{n_p(i_{chan})} p(i_{chan}, i) \left(\frac{Q_{max}(i_{chan})}{Q(x_{i_{chan}}^{i_{cross}}, t)} \right)^i, \quad (7)$$

Trong (7), $x_{i_{chan}}^{i_{cross}}$ là tọa độ của nút rời rạc i_{cross} ; i_{chan} trên kênh $Q(x_{i_{chan}}^{i_{cross}}, t)$ và $Q_{max}(i_{chan})$ là lưu lượng tại điểm $x_{i_{chan}}^{i_{cross}}$ vào thời điểm t và lưu lượng lớn nhất của kênh i_{chan} ; $n_p(i_{chan})$ và $p(i_{chan}, i), i = 0, \dots, n_p(i_{chan})$ là số thông số và giá trị thông số thứ i của kênh i_{chan} . Cơ sở khoa học và các bước để xác định $n_p(i_{chan})$ được trình bày chi tiết trong kết quả nghiên cứu của chúng tôi đã công bố tại [15]. Trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi đi thẳng vào tính giá trị của các thông số, với giả thiết rằng số lượng các thông số đó tại mỗi kênh sông đã được xác định trước.

Các số liệu đầu vào cho PARFIT để tính các thông số của hệ số nhám Manning trong công thức (7) bao gồm:

- Điều kiện ban đầu: giá trị lưu lượng và mực nước dọc theo chiều dài của 15 kênh sông vào thời điểm 1h00, ngày 15.7.2000,
- Điều kiện biên trên và biên dưới của hệ thống,
- Số liệu đo đạc cho bài toán xác định thông số: số liệu đo mực nước tại các trạm đo Hoà Bình, Phú Thọ, Vụ Quang, Trung Hà, Sơn Tây, Hà Nội, Hưng Yên, và Tảo Xuân,
- Giá trị lớn nhất của lưu lượng nước trong các kênh được lấy bằng 20.000 m³/s,
- Các giá trị dự đoán ban đầu của các thông số được trình bày trong bảng 3.

Ghi chú: các số liệu dùng để giải bài toán xác định thông số ở đây được đo đạc trong khoảng thời gian từ 1h00 am, ngày 15.7.2000 đến 1h00 am, ngày 15.8.2000.

Bài toán xác định thông số này được giải trên máy P IV 2500 MHz, 2 G RAM. Toàn bộ thời gian tính toán là 2 giờ, 32 phút, 31.33 giây. Giá trị ước lượng của các thông số cùng với độ tin cậy được trình bày trong bảng 1. Chúng ta

thấy rằng kết quả tính toán có độ tin cậy tốt.

Thay giá trị ước lượng của các thông số vào công thức (7), chúng ta có được mối quan hệ giữa hệ số nhám Manning và lưu lượng nước tại các điểm tọa độ khác nhau của hệ thống sông Hồng.

Ghi chú: Phần mềm chúng tôi xây dựng trên cơ sở mã nguồn mở PARFIT cho phép không chỉ xác định thông số của hệ thống sông Hồng, mà còn có thể xác định thông số cho các hệ thống khác được mô phỏng bằng hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng dạng Hyperbolic và Parabolic.

c. Kiểm định kết quả xác định thông số

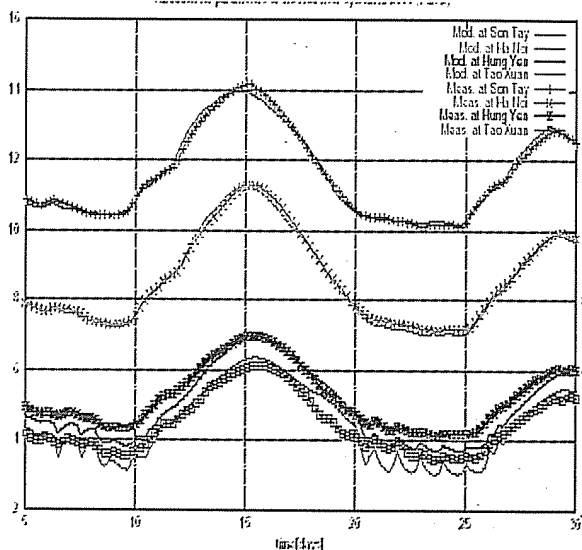
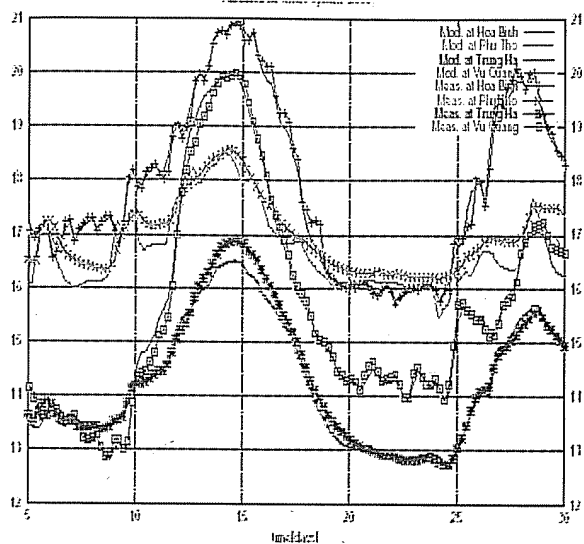
Giá trị của các thông số mới được xác định được thay vào mô hình và chúng ta chạy mô hình với các thông số đầu vào sau:

- Điều kiện biên trên: lưu lượng nước tại các trạm Hoà Bình, Phú Thọ và Vụ Quang,
- Điều kiện biên dưới: mực nước tại Thượng Cát, Triều Dương, Nam Định, Phú Lễ, Ba Lạt, và Định Cư,
- Điều kiện ban đầu là giá trị mực nước và lưu lượng dọc theo sông (cách xác định xem trong [15]) tại thời điểm 1h00 ngày 15.7.2000
- Thời gian mô phỏng từ 1h00 ngày 15.7.2000 đến 1h00 ngày 15.8.2000

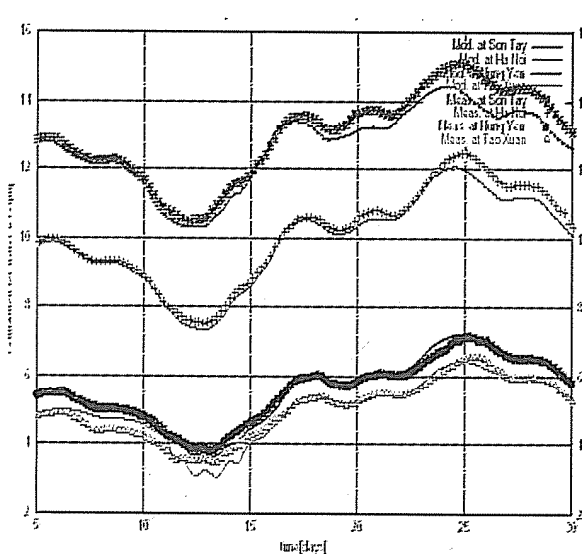
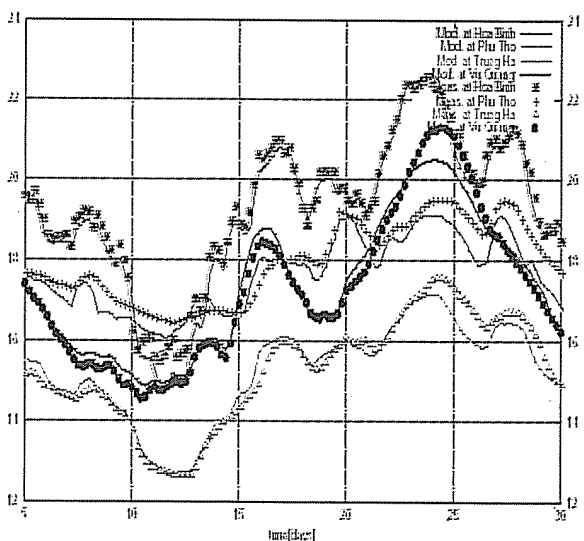
Mô hình được chạy trên máy tính cấu hình P IV, 2500 MHz, 2 G RAM. Thời gian cần để chạy mô hình là 30 giây (bước tính theo không gian là 1000 m). Kết quả chạy mô hình được so sánh với kết quả đo đạc tại các trạm đo tương ứng trên hình 3. Chúng ta nhận thấy có sự trùng khớp rất tốt giữa kết quả tính toán bằng mô hình và số liệu thực đo. Tuy nhiên, do các số liệu năm 2000 đã được dùng làm số liệu đầu vào cho bài toán xác định thông số, nên để

phản ánh được chất lượng bộ thông số mới được xác định, chúng ta cần kiểm định bộ thông số này khi mô phỏng sông Hồng trong 1

khoảng thời gian khác, ví dụ từ 01 đến 31.8.1996. Kết quả kiểm định được biểu diễn trên hình 4.



Hình 3. Kiểm định số liệu (2000)



Hình 4. Kiểm định số liệu (1996)

Trên hình 4, chúng ta cũng ghi nhận được sự trùng hợp rất tốt giữa kết quả tính toán bằng mô hình và kết quả đo đạc, nghĩa là, bộ thông số mới xác định có thể sử dụng trong mô hình hệ thống sông Hồng với độ tin cậy cao. Đồng thời, chúng ta thấy rằng thời gian tính toán để chạy mô hình rất ngắn. Điều đó cho thấy phương pháp số được áp dụng ở đây cho mô hình và áp dụng thông số của hệ

thống sông Hồng hoạt động rất hiệu quả.

3. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi đã trình bày cơ sở khoa học và các bước cần thiết để có được một bộ phần mềm phục vụ cho xác lập mô hình, xác định thông số hệ thống sông Hồng. Các kết quả kiểm chứng trình bày trong bài báo cho thấy bộ phần

mềm này cho phép xác định những thông số chưa biết của hệ thống sông Hồng với độ tin cậy cao và mô phỏng hệ thống sông Hồng cho kết quả chính xác, trùng sát với giá trị thực đo, với tốc độ tính toán

cao. Phần mềm này có thể sử dụng được để phục vụ cho việc giải bài toán điều khiển tối ưu hệ thống sông Hồng với mục tiêu chống lũ.

Tài liệu tham khảo

1. W. F. Ames. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. Academic Press, INC., 1995.
2. Bauer, H.G. Bock, S. Koerkel and J. P. Schloeder. *DAESOL -- a BDF code for the numerical solution of the differential-algebraic equations*. Preprint, IWR der Universitaet Heidelberg, SFB 359, 1999
3. H. G. Bock. *Recent Advances in Parameteridentification Techniques for ODE*. In P. Deuffhard and E. Hairer, editors, *Numerical Treatment of Inverse Problems in Differential and Integral Equations*, Birkhaeuser, Boston, 1983.
4. H. G. Bock. *Randwertproblemmethoden zur Parameteridentifizierung in Systemen nichtlinearer Differentialgleichungen*. Bonner Mathematische Schriften 183, 1987.
5. H. G. Bock, H. X. Phu, J. P. Schloeder, and T. H. Thai. *Modelling and parameter estimation for river flows*. In H. G. Bock, H. X. Phu, N. T. Son, editors, *In proceedings of the Workshop on Scientific Computing and Applications*, HCM City University of Technology, 2002.
6. T. Q. Hoa và ctv. *Cân bằng nước tại Việt Nam*. Trường đại học Thủy lợi Hà Nội, 1986.
7. D. B. Leineweber. *The theory of MUSCOD in a nutshell*. IWR-preprint 96-19, 1996.
8. D. B. Leineweber. *Efficient reduced SQP methods for the optimization of chemical processes described by large sparse DAE models*. Fortschritt-Berichte VDI, 3, 1999.
9. D. B. Leineweber, H. G. Bock, and J. P. Scholoder. *Fast direct methods for realtime optimization of chemical processes*. In *Proceeding 15th IMACS World Congress on Scientific Computation, Modelling and Applied Mathematics Berlin*, Wissenschaftund Technik-Verlag, Berlin, 1997.
10. K. W. Morton and D. F. Mayers. *Numerical Solution of Partial Differential Equations*. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
11. W. E. Schiesser. *The Numerical Method of Lines, Integration of Partial Differential Equations*. Academic Press, 1991.
12. W. E. Schiesser. *Adaptive Method of Lines*. Chapman and Hall/CRC, 2001.
13. J. P. Schloder. *Numerische Methoden zur Behandlung hochdimensionaler Aufgaben der Parameteridentifizierung*. Dissertation, Universitat Bonn, 1987.
14. A. Sleigh and M. Goodwill. *The St Venant Equations*. School of Civil Engineering, University of Leeds, March 2000.
15. Tran Hong Thai. *Numerical Methods for Parameter Estimation and optimal Control of The Red River Network*. Dissertation, Heidelberg, 2005.
16. A. Tveito and R. Winther. *Introduction to Partial Differential Equations*. Springer Verlag, New York- Berlin- Heidelberg, 1998.
17. R. Courant and D. Hilbert. *Methods of Mathematics and Physics, volume 2*. Interscience Publishers, 1962.
18. US Army Corps of Enginneers, Washington DC. *Engineering and Design: River Hydraulics*, 1993.