

# NGHIÊN CỨU ỨNG DỤNG SƠ ĐỒ ĐỒNG HÓA SỐ LIỆU 3DVAR CHO MÔ HÌNH WRF ĐỂ DỰ BÁO THỜI TIẾT Ở VIỆT NAM

TS. Hoàng Đức Cường

Viện Khoa học Khí tượng Thủy văn và Môi trường

## 1. Mở đầu

Yếu tố quan trọng ảnh hưởng tới chất lượng dự báo của các mô hình dự báo số là trường ban đầu, các dữ liệu đầu vào, số liệu quan trắc địa phương. Để cải thiện trường số liệu ban đầu, các nhà khoa học sử dụng những mô hình đồng hoá số liệu.

Trong những năm qua, những nghiên cứu về đồng hoá số liệu và phát triển cho mô hình WRF đã được thực hiện. Modun WRF\_3DVAR đóng vai trò quan trọng trong việc nghiên cứu và áp dụng bài toán đồng hoá số liệu phi tuyến.

Trên thế giới, một số tác giả đã có các nghiên cứu về vấn đề này.

Routray (2008) [8] đã đồng hoá các số liệu quan trắc bề mặt, ship, bouy, cao không và vệ tinh địa tĩnh Kapanal-1 để dự báo mưa lớn ở Ấn độ bằng việc sử dụng hệ thống đồng hoá số liệu 3DVAR cho mô hình WRF. Kết quả cho thấy việc đồng hoá số liệu đã cải thiện đáng kể chất lượng mô phỏng mưa lớn trong mùa mưa ở Ấn độ.

Xingang Fan và đồng sự (2007) [9] đã sử dụng mô hình WRF để đồng hoá số liệu gió Quikscat ở vùng vĩ độ cao khu vực ven biển Bắc Băng Dương. Dữ liệu gió Quikscat với độ phân giải ngang 12.5 km được đồng hoá vào mô hình WRF-var để nghiên cứu tác động của dữ liệu Quikscat khi mô phỏng trường gió và gió biển. Mô hình được thiết lập với độ phân giải 10 km và 235x136 điểm lưới. Kết quả sơ bộ cho thấy mô hình WRF kết hợp với số liệu Quikscat có khả năng mô phỏng trường gió rất tốt khi so sánh với các quan trắc tại trạm.

Rakesh (2009) [7] đã sử dụng sơ đồ 3DVAR để đồng hoá dữ liệu tốc độ gió và hướng gió gần bề mặt biển từ vệ tinh QSCAT (Quick Scatterometer), tốc độ gió và TPW từ vệ tinh SSM/I (Spectral Sensor Microwave Imager) cho cả hai mô hình MM5 và

WRF để dự báo thời tiết hạn ngắn ở Ấn Độ. Kết quả nghiên cứu cho thấy dự báo trường gió từ hai mô hình MM5 và WRF được cải thiện đáng kể trong trường hợp đồng hoá dữ liệu gió từ QSCAT và SSM/I, trong khi trường nhiệt độ và độ ẩm cho hiệu quả kém hơn. Trường dự báo mưa tốt nhất trong trường hợp đồng hoá dữ liệu TPW.

Ở Việt Nam cũng đã có nhiều công trình nghiên cứu WRF trong đó có Nguyễn Lê Dũng và Phan Văn Tân (2008) [3] đã ban đầu hóa xoáy, kết hợp sử dụng hệ thống 3DVAR trong mô hình WRF để dự báo quỹ đạo bão trên khu vực Biển Đông. Kết quả thử nghiệm cho thấy việc sử dụng nguồn số liệu quan trắc "giả", được tạo ra nhờ module ban đầu hoá xoáy, đã cải thiện đáng kể chất lượng dự báo quỹ đạo bão

Trong bài báo này trình bày về việc ứng dụng sơ đồ đồng hoá số liệu 3DVAR trong mô hình WRF cho mục đích dự báo thời tiết ở Việt Nam.

## 2. Mô hình WRF và phương pháp đồng hoá số liệu 3DVAR

Mô hình Nghiên cứu và Dự báo WRF (Weather Research and Forecast) là mô hình được phát triển từ những đặc tính ưu việt nhất của mô hình MM5 với sự cộng tác của nhiều cơ quan tổ chức lớn trên thế giới, chủ yếu là: NCAR/MMM, NOAA/NCEP, AFWA và các trung tâm khí tượng quốc tế.

Hiện nay, mô hình WRF đang được sử dụng rộng rãi trong dự báo thời tiết nghiệp vụ cũng như trong nghiên cứu ở nhiều quốc gia trên thế giới, cụ thể: Tại Mỹ, mô hình WRF đang được chạy nghiệp vụ tại NCEP (từ năm 2004) và AFWA (từ tháng 7/2006). Mô hình này cũng đang được chạy nghiệp vụ tại KMA (2006), tại Ấn Độ, Đài Loan và Israel (từ năm 2007). Ngoài ra một số nước khác đang sử dụng WRF trong nghiên cứu và dự định sử dụng mô hình này trong nghiệp vụ như Trung Quốc, New Zealand,

Braxin,...

WRF là một hệ thống mô hình hiện đại, linh hoạt và tối ưu cho cả mục đích nghiên cứu cũng như nghiệp vụ. Phiên bản mới nhất của mô hình WRF (phiên bản 3.2) ra đời tháng 4/2010, bao gồm các chức năng chính sau: hệ phương trình động lực học bất thuỳ tính nén được đầy đủ; các sơ đồ vật lý được tích hợp cho những ứng dụng ở quy mô mét đến hàng nghìn km và có mã nguồn mở để người sử dụng, cũng như các nhà nghiên cứu có thể đưa thêm các sơ đồ vật lý vào mô hình; điều kiện biên di động; hệ thống đồng hoá số liệu 3DVAR; kỹ thuật lồng ghép miền tính một, hai chiều. (<http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/wrfv3.2/updates-3.2.html>).

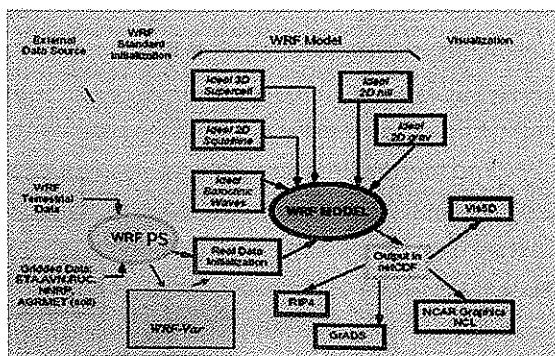
Đồng hoá số liệu có thể đã được thực hiện với hầu hết các loại dữ liệu quan trắc như synopt, cao không, ship, radar, vệ tinh... Đi đầu trong lĩnh vực này là Mỹ với việc thực hiện việc đồng hoá dữ liệu cho hầu hết các loại dữ liệu quan trắc kể cả dữ liệu của các trạm trên biển và dữ liệu từ máy bay tàu biển.

**3. Cấu trúc mô hình WRF và hệ thống 3DVAR trong mô hình.**

**a. Cấu trúc mô hình WRF**

Sơ đồ hình 1 mô tả cấu trúc các mô đun của mô hình WRF (bao gồm cả sơ đồ đồng hoá số liệu 3DVAR).

Chi tiết về cấu trúc mô hình cũng như các đặc trưng toán lý của mô hình xin xem trong tài liệu hướng dẫn sử dụng mô hình (<http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/>).



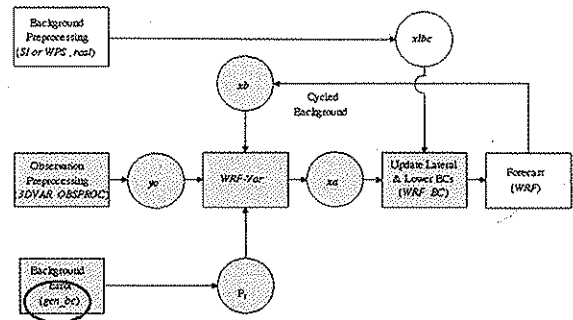
**Hình 1. Cấu trúc tổng quan của hệ thống WRF**

**b. Hệ thống 3DVAR trong mô hình WRF**

Điều quan trọng ảnh hưởng tới chất lượng dự báo của các mô hình dự báo số là trường ban đầu, các dữ liệu đầu vào, số liệu quan trắc địa phương. Để có được những điều kiện ban đầu tốt thì việc đồng bộ hóa dữ liệu là rất quan trọng, nó ảnh hưởng đến chất lượng sản phẩm dự báo. Quá trình đồng hoá số liệu được thực hiện bằng hai bước: Bước phân tích khách quan (sử dụng các số liệu thám sát tại các trạm đưa thông tin về lưới mô hình) và bước ban đầu hoá số liệu (tạo ra một tập số liệu ổn định cho mô hình số).

Các phương pháp đồng hoá số liệu thông dụng hiện nay là nội suy tối ưu (OI), biến phân ba chiều (3D-VAR), biến phân bốn chiều (4D-VAR). Hiện nay nhờ sự trợ giúp của khoa học máy tính người ta thường dùng phương pháp biến phân 3 chiều (3D-VAR) mà ít dùng nội suy tối ưu.

WRF 3DVAR là chương trình đồng hoá số liệu đầu vào của mô hình ngoài ra còn được sử dụng để cập nhật điều kiện ban đầu. Cùng với các phiên bản mới của mô hình thì 3DVAR cũng ngày càng hoàn thiện để nâng cao hiệu quả của việc đồng hoá dữ liệu.



**Hình 2. Sơ đồ tổng quát quá trình đồng hoá dữ liệu**

**4. Dự báo thử nghiệm**

**a. Cấu hình thử nghiệm**

Để tiến hành thử nghiệm, miền tính được lựa chọn là 2 miền lồng ghép:

Miền 1: từ 3-300N, 85-1350E bao gồm 100 x 70 ô lưới và độ phân giải ngang là 45km.

Miền 2: có kích thước 138 x 138 nút lưới và độ phân giải ngang là 15km, bao trùm lãnh thổ Việt Nam.

Đối tượng dự báo là các yếu tố nhiệt độ, lượng mưa và độ ẩm.

Các trường hợp được thử nghiệm: từ 2006092800Z đến 2006093000Z; 2006093018Z đến 2006100218Z; 2007110400Z đến 2007110600Z; 2007080506Z đến 2007080706Z; từ 2007010406Z đến 2007010606Z.

Tất cả các trường hợp thử nghiệm đều lựa chọn các sơ đồ tham số hóa cho cả 2 miền tính là như nhau: sơ đồ tham số hóa đối lưu Betts-Miller-Janjic (Janjic, 2000), sơ đồ lớp biên hành tinh MRF (Hong và Pan, 1996), sơ đồ đất bề mặt Noah Land-Surface Model (Chen và Dudhia, 2001), và sơ đồ bức xạ sóng dài RRTM (Mlawer, 1997), sơ đồ tham số hóa vi vật lý được chọn là sơ đồ Thompson (Thompson và cộng sự, 2004)

**b. Số liệu sử dụng**

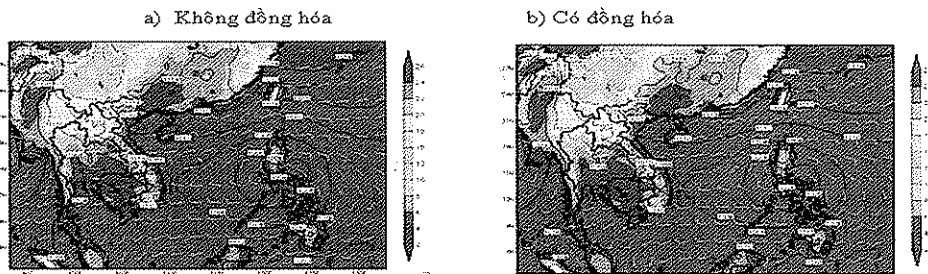
Một trong những nguồn dữ liệu là các trường phân tích và dự báo của mô hình là GFS, sử dụng các dự báo cách nhau 6h nhằm đảm bảo cho việc tải dữ liệu từ Internet, địa chỉ download: <http://nomads.ncdc.noaa.gov/>

Việc đồng hoá số liệu truyền thống và phi truyền thống được thực hiện thông qua module WRF-Var. Số liệu synop là số liệu quan trắc bề mặt của các trạm tại Việt Nam và khu vực lân cận được cung cấp bởi NCAR, địa chỉ download: <http://dss.ucar.edu/datasets/ds336.0/>

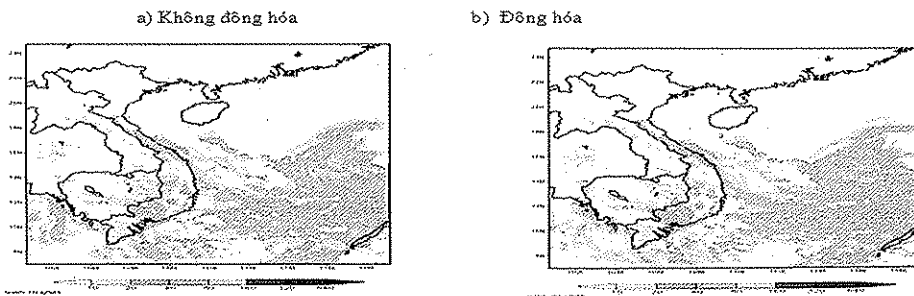
Số liệu cao không sử dụng để đồng hoá là số liệu nhiệt độ, nhiệt độ điểm sương, áp suất, hướng gió, tốc độ gió tại các trạm cao không của Việt Nam và khu vực lân cận tại thời điểm 00Z của các tháng 6,7,8 trong hai năm 2008, 2009. Số liệu được cung cấp bởi Khoa Nghiên cứu Khí quyển, thuộc Trường Đại học Kỹ thuật, Đại học Wyoming (Mỹ), địa chỉ download: <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>

**c. Kết quả thử nghiệm**

Trên các hình 33, 44 dưới đây là sản phẩm dự báo của mô hình WRF cho trường hợp ngày 28/09/2006 với hai phương án có và không sử dụng sơ đồ 3DVAR. Sự khác biệt trong sản phẩm dự báo không thật sự rõ ràng tuy nhiên cũng nhận thấy hiệu ứng của trường ban đầu trong dự báo của mô hình WRF, đặc biệt là lượng mưa.



**Hình 3. Trường áp suất, nhiệt độ và gió vào thời điểm 00Z ngày 28/09/2006 cho miền tính thứ nhất khi không sử dụng sơ đồ 3DVAR (a) và khi sử dụng sơ đồ 3DVAR (b)**



**Hình 4. Lượng mưa tích lũy 24h (từ 00Z ngày 28/09/2006) dự báo của WRF cho miền tính thứ hai khi không sử dụng sơ đồ 3DVAR (a) và khi sử dụng sơ đồ 3DVAR (b)**

**5. Bước đầu đánh giá chất lượng dự báo theo mô hình**

Để đánh giá chất lượng dự báo mô hình các chỉ số đánh giá được sử dụng là sai số. Sai số tuyệt đối

trung bình trung bình. Sai số bình phương trung bình. Chỉ số FBI điểm số báo hiệu (Threat score\_TS), xu hướng phát hiện hiện tượng (Probability of Detection of Event\_PO D), tỉ lệ báo động sai (False Alarm Ratio\_FAR) [2].

Bảng 1 là kết quả tính toán các chỉ số đánh giá

định lượng như ME, MAE, RMSE và hệ số tương quan (R) đối với hai hạn dự báo 24h, 48h cho nhiệt độ trung bình, cao nhất, thấp nhất, độ ẩm trung bình và lượng mưa tích lũy trong 24h. Hai trường hợp được đánh giá riêng rẽ là dự báo của mô hình WRF khi có và không sử dụng sơ đồ đồng hóa số liệu 3DVAR.

**Bảng 1. Các chỉ số đánh giá chất lượng dự báo của mô hình WRF**

Yếu tố	Hạn dự báo	Dự báo 24H			Dự báo 48H		
		ME	RMSE	R	ME	RMS E	R
Nhiệt độ trung bình	WRF	-0,24	2,54	0,33	-1,25	3,87	0,16
	WRF+3DVAR	0,13	2,43	0,38	-0,71	3,67	0,23
Nhiệt độ tối cao ngày	WRF	-0,46	6,40	0,10	0,56	5,83	0,26
	WRF+3DVAR	0,53	5,28	0,06	1,29	5,09	0,28
Nhiệt độ tối thấp ngày	WRF	0,28	2,56	0,16	-0,55	3,86	0,12
	WRF+3DVAR	-0,01	2,52	0,19	-0,15	3,04	0,10
Độ ẩm trung bình ngày	WRF	-1,88	9,04	-0,03	-7,67	11,80	0,33
	WRF+3DVAR	-3,64	8,93	0,06	-7,76	14,42	0,10
Lượng mưa ngày	WRF	3,29	2,64	0,33	-3,68	14,18	0,45
	WRF+3DVAR	-1,89	1,53	0,52	-8,41	6,13	0,68

Qua các chỉ số RMSE ta thấy:

**Dự báo nhiệt độ:**

Đối với hạn dự báo 24h, khi không đồng hóa dự báo nhiệt độ tối thấp cao hơn thực tế, nhiệt độ tối cao và trung bình thấp hơn thực tế. Với dự báo có 3DVAR, dự báo nhiệt độ trung bình và tối cao cao hơn thực tế tuy nhiên dự báo nhiệt độ tối thấp lại thấp hơn thực tế.

Đối với dự báo 24h, nhiệt độ dự báo lệch so với thực tế khoảng 2,50C đến 5,00C. Đối với dự báo có 3DVAR, dự báo nhiệt độ trung bình và tối cao cao hơn thực tế tuy nhiên dự báo nhiệt độ tối thấp lại thấp hơn thực tế. Khi không có đồng hóa, dự báo nhiệt độ tối thấp lại cao hơn (ME dương) thực tế nhưng nhiệt độ tối cao và trung bình thì ngược lại (ME âm). Hệ số tương quan trong trường có đồng hóa cao hơn không đồng hóa, dao động trong

khoảng 0.1-0.4. Với hạn dự báo 48h, khi sử dụng sơ đồ đồng hóa số liệu sự chênh lệch nhiệt độ giữa dự báo và thực tế đã được cải thiện so với khi không sử dụng sơ đồ đồng hóa.

**Dự báo lượng mưa:**

Khi sử dụng sơ đồ đồng hóa, sự chênh lệch giữa lượng mưa dự báo và thực tế đã giảm đi một nửa so với khi không sử dụng sơ đồ đồng hóa

**Dự báo độ ẩm:**

Chất lượng dự báo không được cải thiện giữa hai trường hợp đồng hóa và không đồng hóa.

Như vậy, nhiệt độ thường lệch so với thực tế từ 3,0 đến 5,0°C và khi sử dụng sơ đồ đồng hóa số liệu sự chênh lệch này được cải thiện chút ít (khoảng 0,2-1,0°C). Hiệu quả trên không thể hiện đối với dự báo độ ẩm trung bình nhưng lại rõ rệt đối với lượng mưa. Sự chênh lệch giữa lượng mưa dự báo và thực

tế giảm đi một nửa khi sử dụng sơ đồ đồng hóa số liệu 3DVAR. Ngoại trừ dự báo nhiệt độ cao nhất với sự đồng hóa lớn hơn so với thực tế (ME dương) các yếu tố còn lại đều dự báo nhỏ hơn so với thực tế (ME âm). Hệ số tương quan tương đối thấp, dao động từ 0.1 đến 0.3.

Qua chỉ số TS và BIAS từ bảng 2 cho thấy, với dự báo 24h, không đồng hóa cho ta kết quả sai khác với thực tế khá lớn và dự báo thường thấp hơn so với thực tế. Còn với dự báo 24h có đồng hóa thì cho kết quả tốt hơn, tin cậy hơn và cũng sát với thực tế. Cụ thể, với ngưỡng mưa 1mm khi cả khi có và không đồng hóa thì vùng mưa khá giống nhau và

khá trùng với thực tế, khi có đồng hóa dự báo lượng mưa cao hơn (BIAS >1) so với thực tế, còn không đồng hóa lại thấp hơn so với thực tế (BIAS < 1).

Có thể nhận định rằng khi sử dụng sơ đồ đồng hóa 3DVAR cập nhật số liệu cao không và synop cho trường ban đầu cho thấy đồng hóa cải thiện đáng kể chất lượng dự báo các trường nhiệt độ và trường mưa ở hạn dự báo trước 48h nhưng không có sự thay đổi lớn với hạn dự báo 48-72h.

Chất lượng dự báo chưa được cải thiện ở các hạn dự báo dài nguyên nhân có thể do việc lựa chọn các sơ đồ tham số hóa vật lý chưa thật phù hợp.

**Bảng 2. Các chỉ số đánh giá chất lượng dự báo mưa của mô hình WRF**

giới hạn mưa	Hạn dự báo	Dự báo 24H				Dự báo 48H			
		TS	BIAS	FAR	POD	TS	BIAS	FAR	POD
1mm	WRF	0,567	0,780	0,174	0,644	0,504	0,921	0,333	0,644
	WRF+3DVAR	0,557	1,180	0,301	0,780	0,604	0,874	0,197	0,701
15mm	WRF	0,212	1,290	0,689	0,400	0,273	0,909	0,550	0,409
	WRF+3DVAR	0,260	1,421	0,648	0,500	0,286	0,846	0,515	0,410
30mm	WRF	0,229	1,150	0,652	0,400	0,090	0,714	0,800	0,143
	WRF+3DVAR	0,375	0,571	0,250	0,429	0,167	0,750	0,667	0,250
50mm	WRF	0,317	1,462	0,658	0,500	0,136	2,667	0,842	0,500
	WRF+3DVAR	0,277	0,808	0,381	0,500	0,292	1,385	0,611	0,538

Chỉ số POD và FAR cho thấy khả năng dự báo đúng (có mưa) thì dự báo của mô hình khi không đồng hóa tốt hơn. Đối với ngưỡng lượng mưa 15 mm thì hai trường hợp có đồng hóa và không có đồng hóa cho kết quả không khác nhau nhiều, dự báo vùng mưa và dự báo đúng hiện tượng có mưa tương đối tốt. Với các ngưỡng mưa lớn hơn (30 mm và 50 mm) thì khả năng dự báo trong cả hai trường hợp đều kém dần.

Đối với hạn dự báo 48h, có đồng hóa số liệu cho kết quả dự báo tốt hơn. Tuy nhiên điều này chỉ đúng với ngưỡng mưa nhỏ.

Có thể nhận thấy rằng mô hình dự báo chưa tốt yếu tố mưa ở hạn dự báo dài. Nguyên nhân có thể do mưa là một trong những yếu tố có tính biến động lớn. Nên có những nghiên cứu thử nghiệm sâu hơn về vấn đề này với tập mẫu lớn hơn.

**6. Kết luận**

Sơ đồ đồng hóa số liệu Hệ thống hoàn chỉnh các mô đun của mô hình WRF, bao gồm cả sơ đồ 3DVAR đã được cài đặt cho mô hình WRF và thử nghiệm dự báo cho Việt Nam với hai miền tính lồng ghép với độ phân giải ngang tương ứng là 45 và 15 km.

Kết quả cho thấy dự báo của WRF khi sử dụng sơ đồ 3DVAR đã đem lại hiệu quả nhất định. Sai số trong dự báo nhiệt độ giảm khoảng 0,2 -1,0°C đối với hạn dự báo 24h đối với hạn dự báo 48h thì sai số này được cải thiện ít hơn. Khả năng dự báo mưa của mô hình đã được cải thiện khi sử dụng sơ đồ 3DVAR.

Tuy vậy do các trạm quan trắc cao không là thua thốt nên các kết quả nghiên cứu không được tốt như mong đợi.

### Tài liệu tham khảo

1. Bùi Hoàng Hải, Phan Văn Tân, Nguyễn Minh Trường (2005), Nghiên cứu lý tưởng sự tiến triển của xoáy thuận nhiệt đới bằng mô hình WRF, Tạp chí KTTV số 532 (04/2005), Hà Nội.
2. Phan Văn Tân (2003), Các phương pháp thống kê

trong khí hậu, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia, Hà Nội.

3. Phan Văn Tân, Nguyễn Lê Dũng (2009), Thử nghiệm ứng dụng hệ thống WRF-VAR kết hợp với sơ đồ ban đầu hóa xoáy vào dự báo quỹ đạo bão trên Biển Đông. Tạp chí Khí tượng Thủy văn, Hà Nội, 7(583), tr. 1-9.

4. Trần Tân Tiến (1997), Nghiên cứu dự báo thời tiết bằng phương pháp số trị, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội.

5. Barker D. M., Y.-R. Guo, W. Huang, H. Huang, S. Rizvi, Q. Xiao, and M.-S. Lee (2005) WRF-VAR A Unified 4/4D-Var Data Assimilation system for WRF. Preprints. 6th WRF/MM5 Users Workshop. NCAR. Boulder, CO.

6. Barker, D. M., Huang, W., Guo. Y-R., and Bourgeois, AI (2003) A three-dimensional Variational (3DVAR) Data Assimilation System for use with MM5. NCAR Technical Note, NCAR/TN-453+STR, pp68.

## NGHIÊN CỨU CẢI TIẾN TỐC ĐỘ TÍNH TOÁN CỦA MÔ HÌNH DÒNG CHẢY VÀ MÔ HÌNH LAN TRUYỀN CHẤT BẰNG KỸ THUẬT LƯỚI LỒNG

PGS.TS. **Nguyễn Kỳ Phùng** - Phân viện Khí tượng Thủy văn và Môi trường phía Nam  
ThS. **Dương Thị Thúy Nga** - Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên Tp. HCM

**B**ài báo giới thiệu mô hình dòng chảy hai chiều, sử dụng phương pháp sai phân ẩn luân hướng (ADI) dựa theo hệ phương trình Reynolds và mô hình lan truyền chất. Các mô hình được áp dụng kỹ thuật lưới lồng để tăng tốc độ tính toán. Chỉ những vùng cần quan tâm tác giả mới sử dụng lưới mịn, còn lại trên toàn vùng tính, tác giả sử dụng lưới thưa để tăng tốc độ tính toán. Kỹ thuật liên kết miền rất quan trọng vì sẽ đảm bảo sự liên tục và hợp lý giữa các lưới mịn và lưới thưa. Kết quả tính toán của các mô hình được kiểm định với các kết quả thực nghiệm và giá trị thực đo cho thấy sự tin cậy của mô hình.

### 1. Giới thiệu

Trong các nghiên cứu ứng dụng của công nghệ thông tin, việc giải quyết các bài toán về mô hình hóa trong môi trường luôn là một yêu cầu rất cần thiết. Đối với các bài toán này, tốc độ tính toán luôn là một vấn đề nan giải. Với một vùng sông, biển hàng trăm ngàn km<sup>2</sup>, việc tính toán các giá trị trên toàn vùng nghiên cứu như vận tốc dòng chảy, độ dâng mực nước, nồng độ các chất ô nhiễm theo thời gian,... phải tốn rất nhiều thời gian. Bên cạnh

đó, để đạt độ chính xác cao, cần phải có những mô hình toán đáng tin cậy để đảm bảo kết quả tính toán tương ứng với kết quả đo đạc trong thực tế.

Chúng tôi giới thiệu mô hình toán tính dòng chảy trên biển và mô hình lan truyền chất để tính nồng độ các chất ô nhiễm theo thời gian và không gian. Ngoài ra, chúng tôi còn xây dựng một phương pháp tính toán bằng lưới lồng để giúp nâng cao tốc độ tính toán. Với những bài toán mà thời gian tính kéo dài hàng nhiều giờ, thậm chí nhiều ngày thì