

PHƯƠNG PHÁP DỰ BÁO TỔ HỢP VÀ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG Ở VIỆT NAM

ThS. Nguyễn Chi Mai, CN. Nguyễn Thu Hằng
Trung tâm Dự báo khí tượng thủy văn Trung ương

Ensemble forecast - dự báo tổ hợp (DBTH)¹ là một hướng mới hiện đang được phát triển và ứng dụng tại các trung tâm dự báo khí tượng nghiệp vụ trên thế giới. Với việc coi khí quyển được quan trắc và mô phỏng bởi các mô hình số trị có bản chất là một hệ thống khó xác định và dự báo chính xác nên kết quả dự báo sẽ đáng tin cậy hơn nếu được dựa trên các đặc trưng thống kê của các dự báo khác nhau. Tính trung bình, DBTH đưa ra kết quả dự báo có sai số nhỏ hơn và kéo dài hơn hạn dự báo. Bài báo này giới thiệu một số phương pháp DBTH hiện đang được áp dụng trên thế giới và phân tích khả năng áp dụng trong điều kiện Việt Nam, bước đầu là cho dự báo đường đi của bão (Đề tài được hỗ trợ bởi chương trình Nghiên cứu khoa học cơ bản, mã số 730902).

Mở đầu

Trong những năm gần đây, do sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ thông tin và các mô hình số trị dự báo thời tiết, DBTH đã và đang trở nên rất phổ biến ở các trung tâm dự báo khí tượng lớn trên thế giới (nơi có tiềm năng mô hình và máy tính mạnh). DBTH đã có một quá trình phát triển tương đối lâu dài kể từ những công trình đầu tiên của Lorenz [11], [12], đề cập về tầm quan trọng của điều kiện ban đầu đối với kết quả tích phân của các mô hình. Với việc sử dụng các trường số liệu đầu vào có sự khác nhau và tích phân mô hình nhiều lần, hoặc sử dụng mô hình với các mô phỏng vật lý khác nhau, đặc tính thống kê (trung bình và phương sai) của tập hợp kết quả đã mô phỏng được trạng thái tương lai của khí quyển với độ tin cậy hơn hẳn so với từng kết quả riêng biệt. Các phương pháp biểu diễn kết quả sẽ được trình bày trong phần 1. Cho đến nay, phương pháp này đã được phát triển và ứng dụng tương đối đa dạng tại nhiều nơi và cho các mục đích khác nhau. Weber [18] phân loại các phương pháp DBTH thành 3 nhóm chính (hình 1):

- *Nhóm I:* sử dụng tập hợp kết quả dự báo từ một mô hình số trị với các điều kiện ban đầu có sự khác nhau. Điểm cốt yếu của phương pháp này là cách tạo ra sự khác nhau trong các trường điều kiện ban đầu.

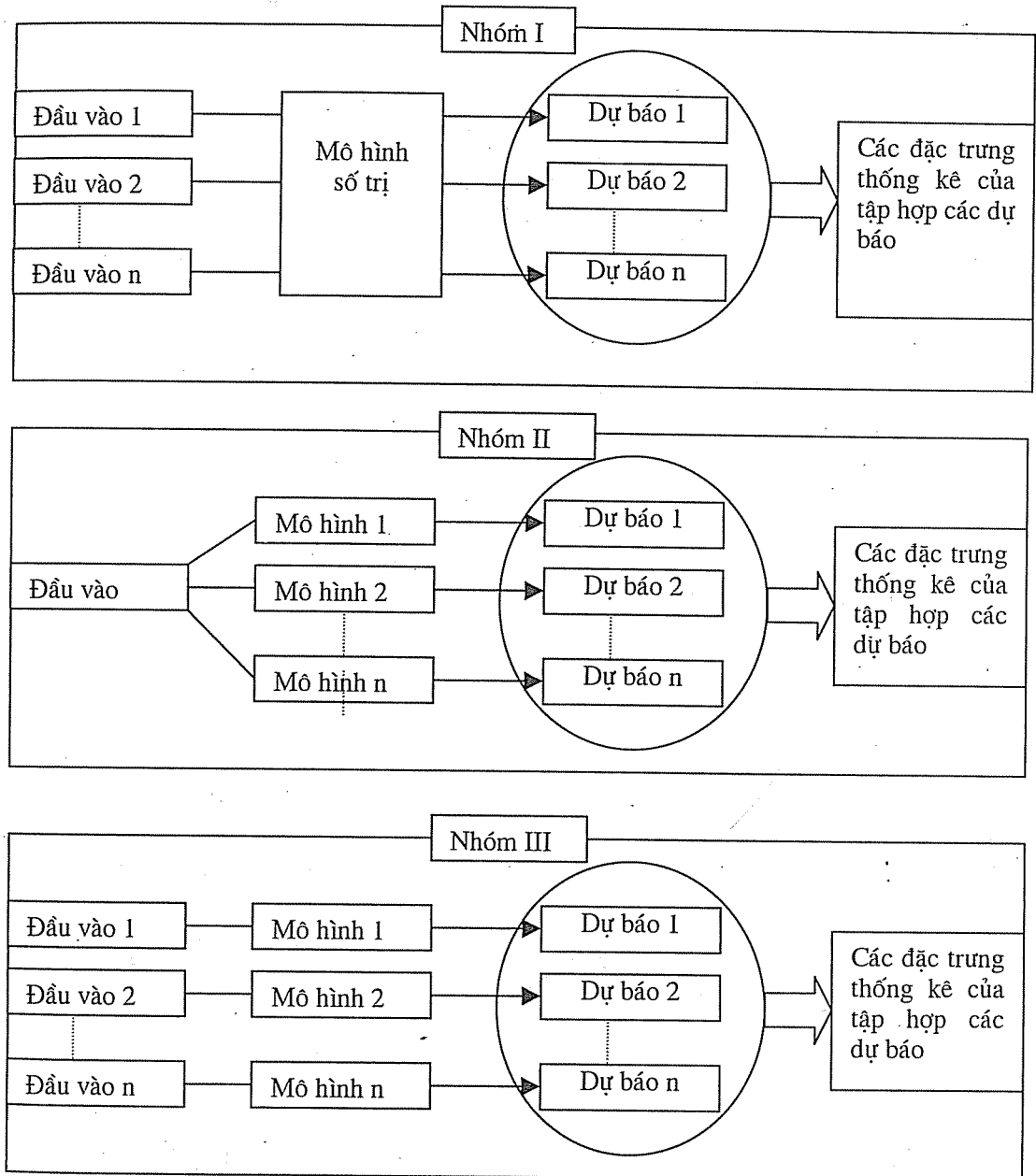
- *Nhóm II:* sử dụng cùng một số liệu đầu vào với các phiên bản khác nhau của mô hình dự báo (ví dụ với các mô phỏng vật lý khác nhau).

- *Nhóm III:* sử dụng các kết quả của các mô hình khác nhau với số liệu đầu vào khác nhau. Trọng tâm của phương pháp này là tính toán các đặc trưng thống kê của các nguồn thông tin dự báo khác nhau để đưa ra cách sử dụng tối ưu các thông tin đó nhằm đưa ra DBTH có sai số nhỏ nhất. Chi tiết hơn về từng nhóm trên sẽ lần lượt được trình bày trong các phần 2, 3 và 4. Phần 5 sẽ phân tích khả năng áp dụng trong điều kiện Việt Nam để dự báo đường đi của bão.

¹ Tác giả tạm dịch theo nội dung phương pháp

1. Các phương pháp biểu diễn kết quả của dự báo tổ hợp

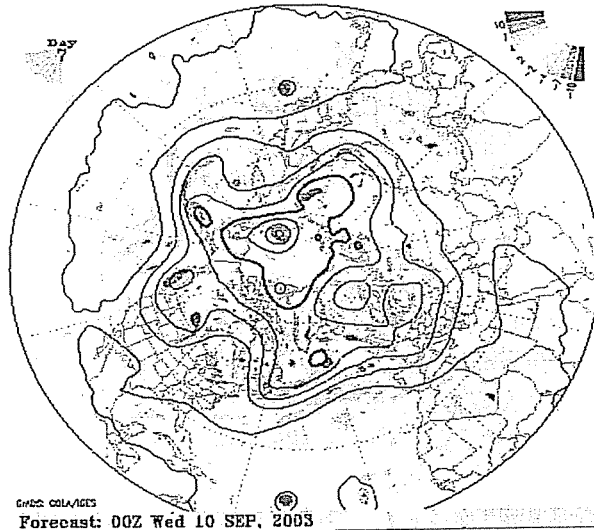
Bản đồ trung bình và độ phân tán: kết quả của DBTH có thể được trình bày bằng cách vẽ đồng thời trường dự báo trung bình của cả tập hợp và độ phân tán (phương sai) của tập hợp các dự báo này. Hình 2 minh họa kết quả dự báo trường khí áp mặt đất sử dụng phương pháp tổ hợp. Các đường đẳng áp là trung bình của tập hợp các dự báo và vùng được bôi màu thể hiện độ phân tán của tập hợp này. Độ phân tán càng nhỏ có nghĩa là độ đáng tin cậy của hình thể dự báo được càng cao. Ngược lại, nơi có độ phân tán lớn (vùng được bôi màu đậm) thì tương ứng với vùng mà kết quả của tập hợp các dự báo khác nhau nhiều và hệ thống dự báo được có độ đáng tin cậy nhỏ.



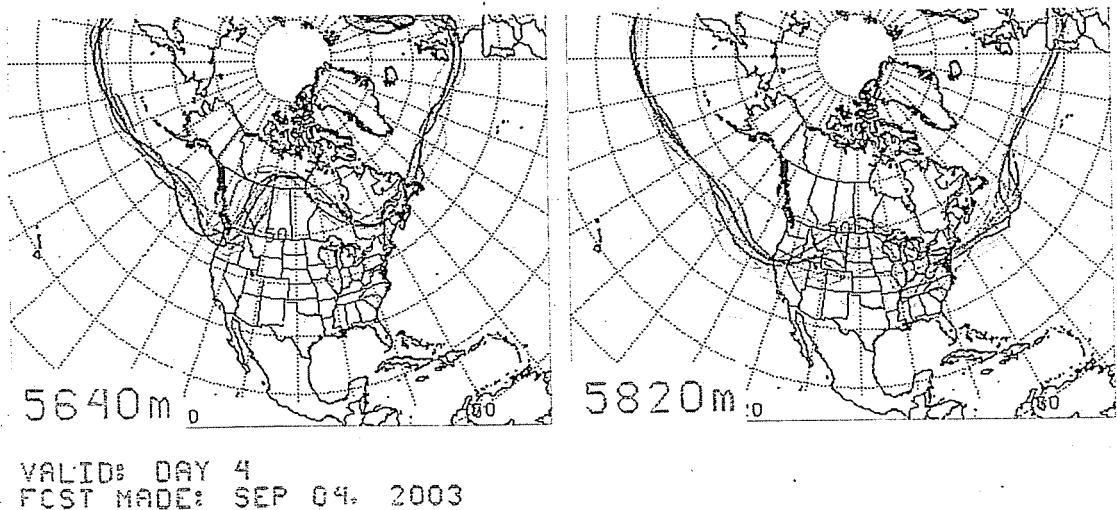
Hình 1. Sơ đồ biểu diễn các phương pháp tạo tập hợp các dự báo

Spaghetti maps - *Bản đồ ghép chồng*²: các bản đồ loại này thường vẽ các đường đẳng áp của một giá trị nào đó (ví dụ như dự báo của đường đẳng thế vị 564 dam và 582 dam trên hình 3) của các dự báo khác nhau. Kết quả là trên bản đồ sẽ có nhiều đường đan xen nhau. Nơi mà các đường này nằm rất gần nhau thì độ tin cậy của hình thể thời tiết dự báo được càng lớn. Ngược lại, khi các đường nằm tách xa nhau thì hình thể thời tiết dự báo được càng có độ tin cậy kém.

Dự báo đường đi của bão: riêng đối với dự báo đường đi của bão, các kết quả DBTH thường được biểu diễn dưới dạng chùm các dự báo khác nhau hoặc trường xác suất bão đi qua (hình 4). Các phần sau sẽ trình bày về 3 phương pháp chính của DBTH.



Hình 2. Ví dụ về bản đồ trung bình và độ phân tán của dự báo tổ hợp

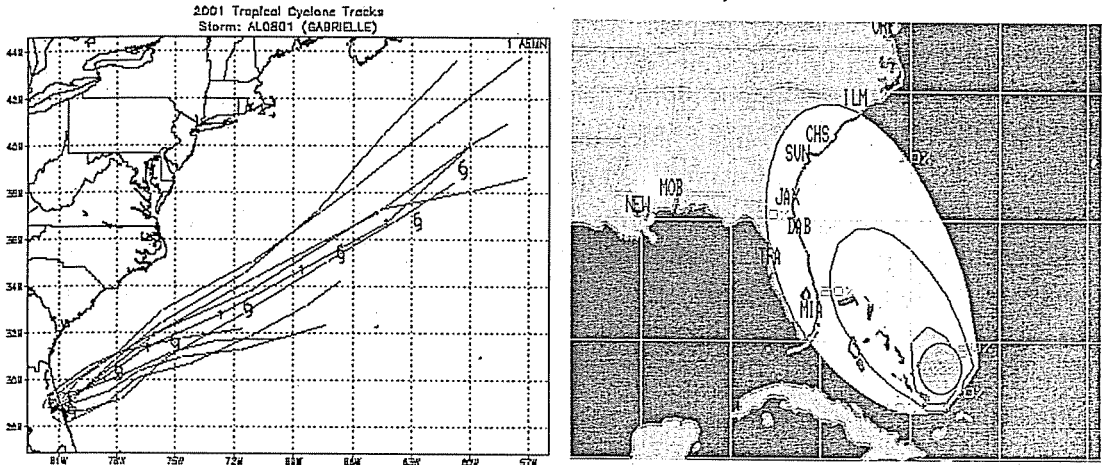


Hình 3. Ví dụ minh họa cho các loại bản đồ ghép chồng (spaghetti maps)

² Tác giả tạm dịch theo nội dung thể hiện trên bản đồ

2. Phương pháp tích phân mô hình từ các điều kiện ban đầu khác nhau (nhóm I)

Các DBTH nhóm này dựa theo phương pháp Monte Carlo được đề xuất bởi Leith [10], theo đó, một mô hình dự báo duy nhất được ban đầu hoá với các trường ban đầu khác nhau. Ở đây đã ngầm giả thiết rằng mô hình là hoàn hảo, trong khi trạng thái thực của khí quyển chỉ được quan trắc một cách gần đúng và do đó, sai số của dự báo là hệ quả của số liệu đầu vào thiếu chính xác. Điều cốt yếu của phương pháp này là tạo ra sự khác nhau trong các trường ban đầu như thế nào để thể hiện được độ khó xác định chính xác của trạng thái ban đầu.



Hình 4. Kết quả DBTH cho đường đi của bão.
Bên trái: chùm dự báo. Bên phải: trường xác suất bão đi qua

Hiện nay có hai phương pháp chính để tạo ra các điều kiện ban đầu khác nhau: phương pháp “cấy” nhiễu động (breeding method) theo Toth và Kalnay [16]; phương pháp tách vectơ kỳ dị (singular vector decomposition) theo Palmer và nnk [15]. Tuy cách thực hiện có khác nhau, cả hai phương pháp này đều dựa trên thực tế: trong quá trình tích phân mô hình, một số mode³ bị kìm hãm trong khi một số khác lại được khuếch đại lên. Hay nói một cách khác, đường như các mô hình đều có “ưu tiên” một số mode nào đó và do đó, kết quả tích phân của mô hình chịu ảnh hưởng lớn của các mode đó. Để tạo được nhiễu động một cách hiệu quả, các phương pháp này phải tìm được các mode được khuếch đại nhiều nhất.

Phương pháp “cấy” nhiễu động trong trường phân tích ban đầu thông qua các bước thực hiện như sau:

- Cho thêm một nhiễu động nhỏ bất kỳ vào trường phân tích tại thời điểm t_0 ,
- Tích phân mô hình từ trường ban đầu không nhiễu và trường có nhiễu trong một khoảng thời gian ngắn từ t_0 đến t_1 (ví dụ khoảng 1 ngày),
- Trừ hai trường dự báo cho nhau,
- Cân chỉnh độ lệch giữa hai trường dự báo trên để nó có độ lớn tương đương với nhiễu động ban đầu,

³ mode: có thể được hiểu là dạng nhiễu động sóng có liên quan đến một quá trình nào đó, ví dụ các quá trình synop là các dạng nhiễu động chậm (sóng dài), trong khi các hiện tượng sóng trọng trường là các dạng nhiễu động nhanh (sóng ngắn). Ngoài ra, nhiễu động còn có thể là kết quả do sai số đầu vào hay sai số tính toán.

3. Phương pháp tích phân các phiên bản khác nhau của mô hình (nhóm II)

Nếu như phương pháp trên coi mô hình dự báo là “hoàn hảo” và sai số dự báo là hệ quả của độ thiếu chính xác trong số liệu ban đầu thì phương pháp này lại cho rằng bản thân mô hình dự báo cũng không “hoàn hảo” và sai số dự báo chịu ảnh hưởng đáng kể của việc mô phỏng các quá trình trong khí quyển không chính xác (ví dụ thông qua các tham số hoá vật lý). Vì vậy, tập hợp các kết quả dự báo cho việc tổ hợp được tạo ra bằng cách chạy mô hình nhiều lần với cùng số liệu đầu vào nhưng các tham số hoá vật lý của mô hình sẽ thay đổi. Tuy nhiên, số lượng các phương pháp khác nhau để tham số hoá cùng một quá trình tự nhiên là không nhiều và không phải mô hình nào cũng sẵn có các phiên bản khác nhau. Do vậy, theo cách này thì số lượng kết quả đưa vào không nhiều. Một cách khác để tạo tổ hợp là biến đổi ngẫu nhiên xu thế gây ra do quá trình vật lý được mô phỏng. Theo cách này, mô hình ECMWF đã được thử nghiệm cho năm 1998 bằng cách nhân xu thế gây ra do các quá trình vật lý với một số ngẫu nhiên dạng phân bố Gauss có giá trị trung bình và phương sai lần lượt bằng 1,0 và 0,2. Kết quả DBTH được nhận xét là tương đối tốt.

Khác với phương pháp nhiều động được nói ở trên sử dụng cho dự báo hạn vừa, hạn dài, phương pháp này được sử dụng phần lớn cho dự báo thời tiết hạn ngắn. Mặt khác, việc sử dụng các mô hình với các sơ đồ tham số hoá vật lý khác nhau là thích hợp để phản ánh độ không chính xác của mô hình trong việc mô phỏng các quá trình vật lý phức tạp, nhất là các quá trình đối lưu ở vùng nhiệt đới.

4. Phương pháp sử dụng kết quả dự báo của các mô hình khác nhau (nhóm III)

Phương pháp này còn có thể được gọi là phương pháp đa mô hình (multisystem). Đã từ lâu, rất nhiều tác giả [4], [7] đã đồng ý với nhận định chung rằng trung bình của tập hợp các dự báo từ các mô hình nghiệp vụ toàn cầu của các trung tâm khí tượng khác nhau có kết quả cao hơn nhiều so với mô hình tốt nhất. Gần đây hơn, điều này cũng được chứng minh là đúng đối với DBTH cho hạn ngắn hơn từ các mô hình lãnh thổ hạn chế [6] và như vậy, DBTH từ nhiều hệ thống dự báo khác nhau có thể mở rộng áp dụng cho cả hạn ngắn. Hơn nữa, Krishnamurti và nnk [9] cũng chứng minh rằng nếu tiến hành thêm hiệu chỉnh thống kê các sai số hệ thống bằng phương pháp hồi qui thì kết quả DBTH còn được cải thiện hơn nữa. Ông gọi cách tiếp cận này là “siêu tổ hợp” (superensemble).

Theo Kalnay [8], các ưu điểm của phương pháp này là hoàn toàn có thể lý giải. Thay vì cho thêm nhiều động vào phân tích ban đầu, hay sử dụng các tham số hoá vật lý khác nhau trong mô hình như đã trình bày ở trên, phương pháp này lấy số liệu đầu vào tốt nhất có thể (chính là số liệu phân tích chưa có nhiễu động) và mô hình với tham số hoá vật lý tốt nhất từ các trung tâm nghiệp vụ trên thế giới. Theo Wobus và Kalnay [17] đây có thể coi là cách tiếp cận tốt cho việc khởi đầu nghiên cứu ứng dụng phương pháp DBTH.

5. Phân tích khả năng áp dụng dự báo tổ hợp để dự báo đường đi của bão trong điều kiện hiện tại của Việt Nam

Với các phương pháp được xem xét ở các phần trên, việc áp dụng cần phải xem xét hiện trạng dự báo số trị ở Việt Nam, khả năng truy cập thông tin tới các dự báo của quốc tế và cuối cùng là phương pháp tối ưu cho khí hậu nhiệt đới. Theo phương pháp nhiều động như ở phần 1, việc áp dụng hầu như không khả thi đối với mô hình

e) Phân nhiễu động mới được tạo ra này (độ lệch đã được cân chỉnh) được cho thêm vào phân tích tại thời điểm t_1 .

f) Các thủ tục từ b đến e được lặp lại với các đoạn thời gian tiếp theo.

Cần lưu ý rằng, sau khi các nhiễu động tùy chọn được cho thêm vào trường phân tích ở bước a, sự biến đổi của trường nhiễu động được xác định bởi động lực của hoàn lưu khí quyển được mô tả trong mô hình.

Như vậy, các bước từ a đến f mô tả một chu kỳ của phương pháp “cấy” nhiễu động. Theo phân tích của Kalnay [8], chu kỳ này tương tự như chu kỳ phân tích số liệu trong các mô hình phân tích và đồng hoá số liệu. Điểm khác nhau chính là thay vì sử dụng các số liệu quan trắc mới để cân chỉnh lại (rescaling) nhiễu động ở đầu các chu kỳ sau trong mô hình phân tích và đồng hoá, phương pháp “cấy” nhiễu động sử dụng độ lệch đã cân chỉnh giữa kết quả dự báo có nhiễu và không có nhiễu.

Phương pháp này hiện đang được sử dụng nghiệp vụ tại Trung tâm Dự báo môi trường của Mỹ (NCEP) và Cơ quan khí tượng Nhật Bản (JMA).

Phương pháp vectơ kỳ dị (singular vector): trong phương pháp này, các nhiễu động được tạo ra bằng một tổ hợp tuyến tính các vectơ kỳ dị của các mô hình tuyến tính tiếp tuyến (tangent linear model), tương ứng với mô hình dự báo số trị phi tuyến. Tài liệu chi tiết về phương pháp này có thể xem Molteni và nnk [1], [2], [13], [14], [15]. Phương pháp này dựa trên giả thiết: sự biến đổi của các nhiễu động trong mô hình là tuyến tính.

Các vectơ kỳ dị cần được tính là những nhiễu động có độ tăng năng lượng lớn nhất trong khoảng tích phân mô hình. Sơ đồ Lanczos (Golub và Van Loan [5]) thường được dùng để tính các vectơ này, trong đó yêu cầu phải tích phân tiến mô hình tuyến tính tiếp tuyến L trong khoảng thời gian t (36-48 giờ) và tích phân lùi với mô hình liên hợp (adjoint model) L^T . Số lần tích phân hai chiều (tiến-lùi) phải được thực hiện ít nhất bằng 3 lần số lượng vectơ kỳ dị muốn xem xét. Phương pháp này đang được sử dụng ở Trung tâm Dự báo Hạn vừa Châu Âu (ECMWF).

Để áp dụng hai phương pháp trên vào dự báo nghiệp vụ với số liệu thực đòi hỏi phải có tốc độ tính toán lớn (do phải tích phân mô hình dự báo nhiễu lần). Riêng phương pháp vectơ kỳ dị cần có khả năng tính toán lớn hơn để tìm ra các vectơ kỳ dị và hơn nữa phải có được mô hình tuyến tính tiếp tuyến L và mô hình liên hợp L^T tương ứng với hệ mô hình dự báo phi tuyến.

Ngoài hai phương pháp trên, có thể tạo ra các nhiễu động ở trường ban đầu bằng cách thực hiện nhiễu lần mô hình phân tích và đồng hoá số liệu (data assimilation) với các sai số ngẫu nhiên do quan trắc được cho thêm vào.

Cách tiếp cận tạo nhiễu động như trình bày ở trên được sử dụng phần lớn cho dự báo hạn vừa, và có thể giúp kéo dài đáng kể hạn dự báo. Mặt khác, đây cũng là cách tiếp cận được nhận định là phù hợp với vùng vĩ độ cao [8], nơi mà động lực khí quyển được chi phối chính bởi bất ổn định tà áp qui mô synop. Do khả năng mô phỏng các hệ thống tà áp (ví dụ như các hệ thống khí áp và fron) của các mô hình số trị đạt đến trình độ cao, nên giả thiết mô hình “hoàn hảo” được ngầm định ở đây là tương đối phù hợp. Ngược lại, đối với vùng nhiệt đới, nơi động lực chính của các quá trình thời tiết được phát sinh từ bất ổn định chính áp, đối lưu và các tương tác giữa chúng, nên giả thiết mô hình “hoàn hảo” là khó chấp nhận hơn do việc mô phỏng các quá trình đối lưu trong các mô hình số vẫn còn ở mức độ hạn chế.

dự báo thời tiết HRM⁴ đang chạy nghiệp vụ, ít nhất là vào thời điểm hiện nay. Tuy nhiên, riêng với bài toán dự báo đường đi của bão, các mô hình chính áp đơn giản hơn (ví dụ như mô hình WBAR⁵) có thể được sử dụng để tích phân nhiều lần cho DBTH. Theo đề xuất của Zhang and Krishnamurti [19], có thể tạo nhiều động trường ban đầu cho DBTH đường đi của bão theo các cách sau:

* Tạo nhiều cho vị trí tâm bão ban đầu bằng cách đặt tâm bão cách khoảng 50km về 4 hướng: bắc, nam, đông và tây. (Khoảng cách 50km tương ứng với độ không xác định của khả năng xác định vị trí tâm bão ban đầu),

* Tạo nhiều động theo các hàm trực giao thực nghiệm (EOF). Phương pháp này dựa trên thực tế là trong những ngày tích phân đầu tiên các nhiễu động gần như được khuếch đại tuyến tính. Các bước thực hiện của phương pháp này như sau:

- Cho thêm một nhiễu động ngẫu nhiên có biên độ tương đương với sai số dự báo vào trường phân tích ban đầu.

- Tích phân mô hình 36 tiếng từ số liệu phân tích không có nhiễu cũng như với trường có nhiễu. Đưa kết quả dự báo ra 3 tiếng một lần.

- Tính độ lệch giữa dự báo có nhiễu và dự báo không có nhiễu tại các thời điểm tương ứng và thu lại chu trình biến thiên theo thời gian của trường độ lệch.

- Thực hiện phân tích hàm trực giao thực nghiệm của trường độ lệch trong vùng quan tâm. Các mode (vectơ riêng) có hệ số EOF tăng nhanh nhất theo thời gian được coi là các mode lớn nhanh nhất và do đó được chọn làm nhiễu động cho DBTH.

- Kết quả dự báo sẽ được tạo ra bằng cách cộng/trừ những nhiễu động EOF này vào trường phân tích không có nhiễu.

Phương pháp thay đổi vật lý của mô hình như trình bày trong phần 2 không áp dụng được cho WBAR do mô hình chính áp này không có tham số hoá vật lý mà chỉ mô phỏng các quá trình động lực. Với các mô hình dự báo thời tiết phức tạp như HRM, sử dụng các tham số hoá vật lý khác nhau cũng là một hướng khả thi. Tuy nhiên, do số lượng các phiên bản khác nhau của mô hình không nhiều, cách tiếp cận này có lẽ sẽ cần thiết phải sử dụng kết hợp với phương pháp lấy trung bình trễ (lagged averaging forecast), trong đó có sử dụng thêm dự báo từ các giờ trước để đưa vào tập hợp. Các trọng số tại các thời điểm khác nhau có thể được xác định dựa trên sai số dự kiến của chúng.

Phương pháp tổ hợp đa mô hình hứa hẹn khả năng áp dụng tốt với điều kiện tốc độ tính toán hạn chế. Các phương pháp hiệu chỉnh thống kê được áp dụng cho dự báo bão có thể được tóm tắt như sau:

- Lấy trung bình đơn giản của các đường dự báo (được gọi là simple consensus forecast). Phương pháp này được đề xuất bởi Elsebery và đang được sử dụng tại Trung tâm Dự báo bão của Mỹ ở Guam. Tuy nhiên, để tăng cao độ chính xác, nhất là trong trường hợp các dự báo từ các nguồn khác nhau có độ phân tán lớn, trước khi lấy trung bình, các kết quả dự báo được chọn lọc (selected consensus) bởi các dự báo viên giàu kinh nghiệm. Ở đây đòi hỏi dự báo viên phải nắm được các hình thể synop

⁴ HRM: Mô hình dự báo thời tiết độ phân giải cao (28km), hiện đang được chạy nghiệp vụ tại TT Dự báo KTTV Trung ương. Thời gian tích phân 72h mất khoảng 45 phút.

⁵ WBAR: Mô hình dự báo bão chính áp, được phát triển bởi Harry Weber, Trường ĐH Tổng hợp Munich. Mô hình này đang được chạy thử nghiệm nghiệp vụ tại TT Dự báo KTTV Trung ương mỗi khi có bão. Thời gian tích phân 48 giờ hết khoảng 10 phút.

cơ bản và khả năng dự báo của từng mô hình ở những điều kiện cụ thể. Phương pháp tiếp cận hệ thống cho dự báo bão được hướng dẫn và trình bày rất chi tiết bởi Carr và Elsebery [3],

- Thực hiện hồi qui tuyến tính đa biến theo Krishnamurti và nnk [9],

- Tạo tổ hợp tuyến tính của các dự báo với trọng số phụ thuộc vào khả năng dự báo của các mô hình cho các cơn bão có các đặc điểm tương tự (ví dụ như cường độ, kích thước và hướng di chuyển của xoáy bão). Phương pháp này do Weber [18] đề xuất và thử nghiệm đối với các cơn bão ở Đại Tây Dương, cho kết quả khá khả quan.

6. Kết luận

Phương pháp DBTH hiện đang được sử dụng rộng rãi ở các trung tâm dự báo thời tiết nghiệp vụ trên thế giới. Các giả thiết cơ bản và các bước thực hiện chính của từng phương pháp đã được trình bày nhằm phân tích các ưu nhược điểm của chúng và tìm hiểu khả năng áp dụng trong điều kiện nước ta. Việc bước đầu áp dụng cho bài toán cụ thể là dự báo đường đi của bão bằng DBTH đã được nghiên cứu thử nghiệm theo phương pháp tổ hợp thống kê từ nhiều mô hình. Hướng áp dụng thử nghiệm tạo nhiều động trong trường ban đầu đối với các mô hình dự báo bão đơn giản sẽ được nghiên cứu trong thời gian tới. Thêm vào đó, việc sử dụng các mô hình thủy động phức tạp với các tham số hoá vật lý khác nhau cũng là một hướng đáng quan tâm thử nghiệm.

Tài liệu tham khảo

1. Buizza, R.. "Potential forecast skill of ensemble prediction, and spread and skill distributions of the ECMWF Ensemble Prediction System".- *Mon. Wea Rev.* 125, 99-119, 1997.
2. Buizza, R., R. Gelaro, F. Molteni, and T. N. Palmer. "The impact of increased resolution on predictability studies with singular vector".- *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 123, 1007-1033, 1997.
3. Carr, L. E. III, and R. L. Elsebery. "Systematic and integrated approach to tropical cyclone track forecasting. Part I. Approach overview and description of meteorological basis". Tech. Rep. NPS-MR-94-002, Naval Postgraduate school, Monterey, CA 93943-5114, 273 pp, 1994.
4. Fritsch, J. M, J. Hilliker, J. Ross, and R. L. Visocky. "Model consensus", *Wea. Forecasting*, 15, 571-582, 2000.
5. Golub, G., and C. Van Loan. *Matrix computations*, 3rd edition, The Johns Hopkins University Press Ltd, London, 1996.
6. Hou, D., E. Kalnay, and K.K. Droegemeier. "Objective verification of the SAMEX '98 ensemble forecasts".- *Mon. Wea. Rev.* 129, 73-91, 2001.
7. Kalnay, E., and M. Ham.. "Forecasting forecast skill in the Southern Hemisphere". Preprints of the 3rd International Conference on Southern Hemisphere Meteorology and Oceanography, Buenos, Aires, 13-17 November 1989. Boston, MA: Amer. Meteor. Soc, 1989.

8. Kalnay, E.. Atmospheric modeling, Data assimilation and Predictability. University Press, Cambridge, 2003.
9. Krishnamurti, T. N., C. M. Kishtawal, Z. Zhang, T. LaRow, D. Bachiochi, E. Williford, S. Gadgil, and S. Surendran. "Multimodel ensemble forecasts for weather and seasonal climate". *J. Climate*, 13, 4196-4216, 2000.
10. Leith, C. E.. "Theoretical skill of Monte Carlo forecasts".- *Mon. Wea. Rev.* 102, 409-418, 1974.
11. Lorenz, E. N.. "Deterministic non-periodic flow".- *J.Atmos. Sci.*, 20, 130-141, 1963.
12. Lorenz, E. N.. "A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model". *Tellus*, 17, 321-333, 1965.
13. Molteni, F., and T.N.Palmer. "Predictability and finite time instability of the northern winter circulation".- *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 119, 269-298, 1993.
14. Molteni, F., R. Buizza, T.N.Palmer, and T.Petroligis. "The ECMWF ensemble prediction system: Methodology and validation".- *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 122, 73-119, 1996.
15. Palmer, T.N., F. Molteni, R. Mureau, R. Buizza, P. Chapelet, and J. Tribia. "Ensemble prediction, ECMWF Seminar Proceedings on Validation of model over Europe". Vol 1. ECMWF, Shinfield Park, Reading, UK, 1993.
16. Toth, Z. and E. Kalnay. "Ensemble Forecasting at NMC: the generation of perturbations".- *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 74, 2317-2330, 1993.
17. Wobus, R., and E. Kalnay. "Three years of operational prediction of forecast skill".- *Mon. Wea. Rev.* 123, 2132-2148, 1995.
18. Weber, H.. "Hurricane Track Prediction Using a Statistical Ensemble of Numerical Models".- *Mon. Wea. Rev.*, submitted, 2001.
19. Zhang, Z., and T. N., Krishnamurti. "A perturbation method for Hurricane Ensemble Predictions".- *Mon. Wea. Rev.*, 127, 447-469, 1999.